

## Introduction Générale

Parmi tous les problèmes que doit résoudre le concepteur de machines électriques, le problème relatif à l'optimisation du comportement vibratoire reste actuellement l'un des plus préoccupants, surtout lorsqu'il s'agit de machines de puissance élevée à très basses vitesses [1].

On sait que le comportement vibratoire d'une machine électrique est directement influencé par la présence des encoches au stator et la saillance inversée au rotor en raison des variations locales de réluctance qu'elles entraînent [1]. Aussi, dans l'optique de mettre en œuvre des machines synchrones discrètes, le concepteur est amené à choisir la structure à retenir pour répondre à un cahier des charges, Ce choix dépend de la structure électromagnétique et de son alimentation.

Notre travail consiste à développer une modélisation électromagnétique adaptée au dimensionnement des machines synchrones à aimants permanents montés en surface et insérés. L'objectif est de développer des modèles analytiques et numériques qui permettent de tenir compte de l'effet de l'encoche que ce soit au stator ou au rotor sur la distribution du champ magnétique et donc de prédire le caractère vibratoire de la machine [1].

Notre manuscrit s'articule autour de trois chapitres.

Le premier chapitre porte sur une étude générale des machines synchrones à aimants permanents conçues avec différentes structures d'inducteurs. Les différents types de matériaux pour aimant disponibles et utilisés dans la fabrication des inducteurs des machines à aimants sont présentés. On rappelle aussi les avantages de la machine excitée par des aimants par rapport au cas d'une excitation classique.

Dans le chapitre deux, nous présentons une modélisation analytique basée sur la résolution de l'équation de Poisson dans l'entrefer magnétique des machines à aimants permanents, montés sur la surface du rotor avec aimantation sinusoïdale. La méthode de séparation de variables couplée avec une transformation conforme de Schwarz-Christoffel appliquée à un modèle avec une seule encoche est utilisée pour déterminer une perméance complexe afin d'introduire l'effet des encoches sur la distribution des inductions radiale et tangentielle [1]. Le but est de corriger le modèle analytique d'une seule encoche présenté dans le chapitre un de notre étude et ainsi compléter le modèle introduit par K. Halbach, qui concerne uniquement le cas d'une ouverture des aimants égale au pas polaire [1] et ce, pour une machine avec aimantation sinusoïdale

Au niveau du troisième chapitre, nous présentons le code de calcul de champ numérique par éléments finis que nous avons élaboré et développé [1], Ce dernier tient compte de la saturation du matériau magnétique, des courants induits ainsi que du mouvement du rotor par rapport au stator par

l'introduction des multiplicateurs de Lagrange dans le système d'équations à résoudre est consacré à l'exploitation des modèles analytique et numérique, basé sur les éléments finis, dans la détermination des performances électromagnétiques des machines à aimants permanents montés sur la surface du rotor à aimantation sinusoïdale. Les résultats obtenus par calcul analytique sont comparés aux résultats expérimentaux et à Ceux issus du calcul numérique basé sur les éléments finis.

Comme la méthode analytique est adaptée aux machines synchrones à aimants permanents montés sur la surface du rotor sans restriction par rapport au sens de l'aimantation, et que la méthode des éléments finis, adaptée à presque toutes les machines, nécessite des temps de calcul importants avec des difficultés pour son utilisation lors d'une étude paramétrique [1],

## **Chapitre I : Généralité sur les machines synchrones**

## I.1. Introduction :

Le terme de machine synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de rotation de l'arbre de sortie est égale à la vitesse de rotation du champ tournant, pour obtenir un tel fonctionnement, le champ magnétique rotorique est généré par des aimants, La position du champ magnétique rotorique est alors fixe par rapport au stator, ce qui impose en fonctionnement normal une vitesse de rotation identique entre le rotor et le champ tournant statorique.

Cette famille de machine regroupe en fait plusieurs sous familles, qui vont de l'alternateur de plusieurs centaines de mégawatts au moteur de quelques watts, en passant par les moteurs pas à pas. Néanmoins, la structure de toutes ces machines est relativement proche. Le stator est généralement constitué de trois enroulements triphasés répartis, tel que les forces électromotrices générées par la rotation du champ rotorique soient sinusoïdales ou trapézoïdales.

Les stators, notamment en forte puissance, sont identiques à ceux d'une machine asynchrone. Il existe trois grandes familles de rotor, ayant pour rôle de générer le champ d'induction rotorique. Les rotors bobinés à pôles lisses, les rotors bobinés à pôles saillants ainsi que les rotors à aimants [2].

Les machines synchrones à aimants permanents (MSAP) sont des machines à courant alternatif autopilotées, la caractéristique essentielle de ces machines est que leurs vitesse de rotation est l'image exacte de la fréquence d'alimentation.

Les MSAP sont constituées généralement de :

- Un stator : bobinages triphasés créant un champ tournant.
- Un rotor : l'excitation est obtenue par des aimants permanents montés à la surface du rotor.

La MSAP présente les avantages importants suivantes:

- Fortes caractéristiques dynamiques (accélération, couple de démarrage).
- Une vitesse de rotation élevée.
- Une bonne durée de vie.
- Intégration facile dans les applications d'entraînement et d'asservissement; vu l'encombrement réduit de la machine.
- Absence du collecteur et de balais, ce qui simplifie totalement sa maintenance, et augmente donc sa fiabilité. De plus, le fait que seul son stator soit bobiné, localise les échauffements par effet joules dans sa partie fixe[2].

## **I.2. GENERALITES SUR LES MACHINES SYNCHRONES A AIMANTS PERMANENTS**

### **I.2.1. Aimants permanents**

La définition de l'aimant permanent peut se formuler de la manière suivante :

«Un aimant permanent est un matériau ferromagnétique qui possède une aimantation rigide susceptible de créer un champ magnétique extérieur et de maintenir en permanence une force magnétique» [2]

### **I.2.2. Grandes Classes Des Matériaux Pour Aimants Permanent**

Les matériaux que l'on utilise au niveau des machines électriques, du point de vue de leurs propriétés magnétiques peuvent se classer en deux grandes familles:

- Les matériaux magnétiques durs qui sont des aimants permanents ;
- Les matériaux magnétiques doux qui ne présentent des propriétés magnétiques qu'en présence d'une excitation extérieure. [2]
- Il existe maintenant une grande variété de matériaux pour aimants permanents, dont les propriétés et les applications sont très diverses. Ce sont, soit des matériaux céramiques, soit des matériaux métalliques, dont on peut citer.

### **I.2.3. Les ferrites dures**

Matériaux céramiques très stables, mais peut puissants et fragiles, sont les aimants les plus compétitifs et les plus utilisés.

### **I.2.4. Les alliages à base d'éléments de terre rares**

Très stables, très puissants, mais chers, sont difficiles à usiner et sensibles à la corrosion.

### **I.2.5. Les alliages à base de fer - nickel - aluminium (ALNICO)**

Puissants mais peu stables et relativement chers, deviennent de moins en moins compétitifs.

### **I.2.6. Les alliages ductiles**

Ne sont pas encore industrialisés à grande échelle malgré leurs excellentes propriétés mécaniques.

### **I.2.7. Les aimants manganèses-aluminium-carbone**

N'ont pas à ce jour répondu aux grands espoirs qu'ils avaient suscités.

### **I.2.8. Les aimants à base de micro poudres**

Généralement chers, sont réservés à des applications spéciales [2]

### I.3. TYPE D'AIMANTS PERMANENTS UTILISES AU NIVEAU DES MSAP

Parmi les aimants les plus utilisés, on peut citer les deux types suivants :

- Les aimants permanents "terres rares" ( $\text{SmCO}_5$  et  $\text{Sm}_2\text{C}_{17}$ ),  $\text{NdFeB}$ ,... [2].
- Les aimants à alliages métalliques, ferrites (aimants robustes et peu coûteuses) Alnicos.

On note que les aimants permanents du type terres rares ( $\text{SmCo}$ ,  $\text{NdFeB}$ ) sont les plus utilisés, car ils présentent une induction rémanente ( $B_r$ ) et un champ coercitif  $H_c$  (kA/m) plus élevés.

Ces aimants sont très appréciés par les constructeurs, car ils permettent une réduction importante du poids et de l'encombrement de la machine pour une même puissance, puisque ils possèdent une puissance massique élevée. En effet, la puissance électrique d'une machine à aimants permanents est directement proportionnelle à la densité d'énergie emmagasinée dans les aimants.

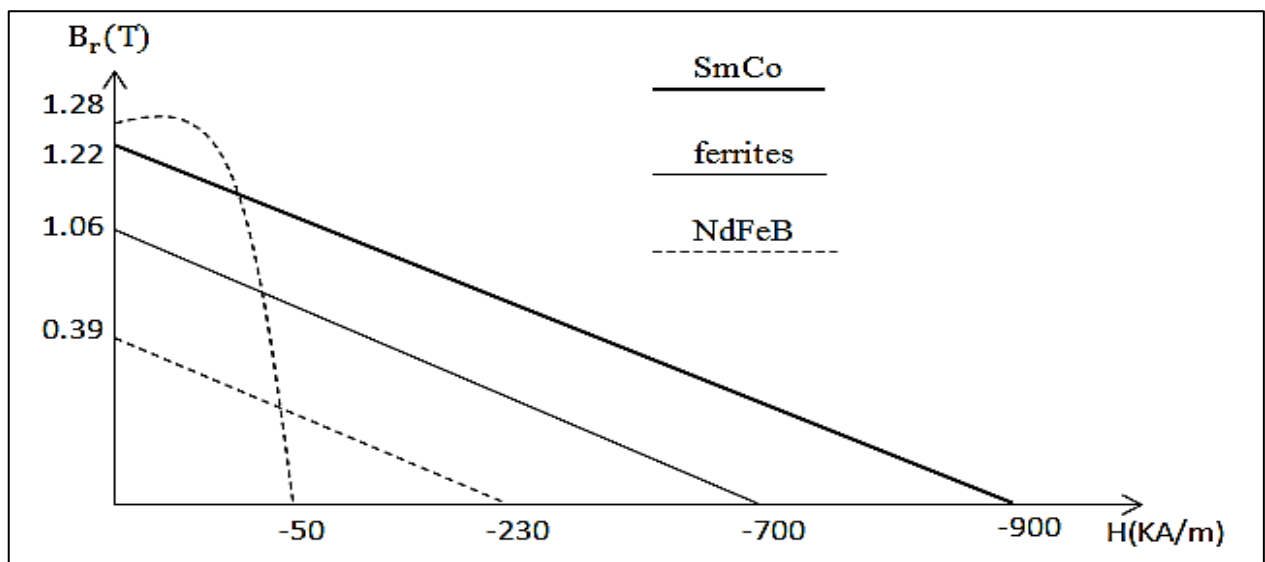


Fig. (I.1) Courbe de désaimantation des différents aimants [1]

### I.4. MATERIAUX A AIMANTS PEMANENT MODERNES

Les principaux matériaux utilisés actuellement au niveau des aimants permanents sont essentiellement des alliages du type ALNICO, les ferrites et les terres rares qui constituent de nos jours les plus réponsus. On se contente ici de décrire brièvement certains matériaux à aimants, largement utilisés dans les machines électriques.

#### I.4.1. Les ferrites :

Ces matériaux possédant une induction rémanente relativement faible (comprise entre 0.36 et 0.4T) avec un champ coercitif assez élevé qui leur confère une bonne résistance à la démagnétisation.

Leurs prix de revient relativement bas, offre la possibilité d'envisager leur utilisation comme inducteur des machines électriques de faible puissance destinées à la fabrication en série.

#### I.4.2. Samarium- Cobalt (SmCo) :

Ces matériaux appartiennent à la famille des aimants à base de terres rares présentant des caractéristiques d'aimantation meilleurs et un champ coercitif beaucoup plus important que les ferrites (figure I.1) , leurs propriétés magnétiques sont peu sensibles à la variation de la température néanmoins leurs prix de revient assez élevé, limite leur emploi des certaines applications précises.

#### I.4.3. Neodyme-Fer-Bore (NdFeB):

Ces matériaux sont le type d'aimants le plus récent (1983), l'induction qu'ils permettent dans l'entrefer est importante. Leur champ coercitif est élevé (tableau I.1). Ce type d'aimants présente par rapport aux SmCo un produit d'énergie  $(-BH)_{ma}$  plus important et un prix de revient plus bas.

Une autre propriété caractérise le NdFeB. En effet, ce type d'aimant permet d'obtenir un couple massif élevé sans besoin de concentration de flux. Leurs températures d'utilisation limitées à 150°C et la sensibilité à l'oxydation de ce type d'aimant posent certains problèmes quant à leur utilisation. [2]

	ALNICO 600	ALNICO 2200	FERRITE	SmCO <sub>3</sub>	Sm <sub>2</sub> CO <sub>17</sub>	NdFeB
Rémanence Br. (T)	1.35	0.74	0.39	0.90	1.07	1.22
Champ coercitif d'induction -H <sub>CD</sub> (kA/m)			265	700	720	900
Champ intrinsèque. -H <sub>C1</sub> (kA/m)	59	175	275	2000	1200	1000
Champ démagnétisant critique. -H <sub>DC</sub> (kA/m)			250	1000	640	1000
Energie volumique. -BH <sub>max</sub> (kJ/m)	59	43	28.5	160	225	279
Coefficient de température de B <sub>r</sub> -α = ΔB <sub>r</sub> /B <sub>r</sub> ΔT 100(%K).	-0.02	-0.02	-0.02	-0.04	-0.03	-0.013
Coefficient de température B.	+0.03	+0.03	+0.34	-0.2	-0.2	-0.16

Tableau (I.1) Caractéristiques des différents types d'aimants

#### I.4.4. Choix de l'aimant :

Les aimants généralement utilisés sont les ferrites et le samarium-cobalt (SmCo<sub>5</sub> – Sm<sub>2</sub>Co<sub>17</sub>) Les aimants Neodyme-Fer-bore ne présentent pas un intérêt économique suffisant pour compenser leur sensibilité aux températures usuelles de fonctionnement des moteurs. La faiblesse du champ coercitif des aimants ALNICO les rend d'un emploi très difficile [2].

## **I.5. PRESENTATION DE LA MACHINE SYNCHRONES A AIMANTS PERMANENTS**

Historiquement, les premiers aimants permanents ont été utilisés au début du 19ème siècle. De performances très modestes à leurs débuts, les progrès réalisés depuis plus d'un siècle ont contribué au développement des machines à aimants .

L'évolution des aimants permanents modernes, qu'ils soient à base d'alliage métalliques ou à terres rares (par exemple du type manico, samarium cobalt, néodyme fer bore ...) leur a permis d'être utilisés comme inducteurs dans les machines synchrones offrant ainsi beaucoup d'avantages: induction de saturation élevée, faible désaimantation, densité de puissance massique élevée, énergie maximale stockée plus grande par rapport aux autres types de machines.

Dans la machine à aimants permanents MSAP, l'inducteur est remplacé par des aimants, le champ d'excitation peut être également créé par des aimants permanents, ceci présente l'avantage d'éliminer les balais et les pertes rotoriques.

La machine synchrone à aimants permanents est utilisée largement dans plusieurs applications comme les machines-outils, la robotique, les générateurs aérospatiaux, la traction électrique, ...etc.

Le domaine d'emploi de MSAP à l'heure actuelle est de quelques dizaines de Kilowatt à cause des caractéristiques magnétiques des aimants qui peuvent se perdre en dépassant les limites de fonctionnement.

L'ensemble de ces propriétés leur donne un avantage incontestable dans la motorisation d'actionneurs de forte puissance massique et de hautes performances, notamment dans les systèmes embarqués.[2]

### **I.5.1. Machine Synchrone à Aimants Permanents (MSAP)**

La machine synchrone à aimants permanents se compose d'un stator triphasé et un rotor monté avec des aimants permanents qui fournissent le flux de champ.

Cette machine n'a pas besoin d'un approvisionnement extérieur pour exciter le rotor. L'absence du bobinage d'excitation réduit le coût et éliminé les pertes de puissance liées à cette enroulement. Le moteur synchrone à aimant permanent réduit d'espace occupé que dans le cas d'un bobinage d'excitation pour une taille donnée. [2]

## **I.6. STRUCTURES DES INDUCTEURS DES MACHINES À AIMANTS**

Comme pour le cas des machines synchrones classiques, nous pouvons distinguer les moteurs à aimants dits "à pôles lisses", et ceux dits "à pôles saillants". La nuance, le sens de

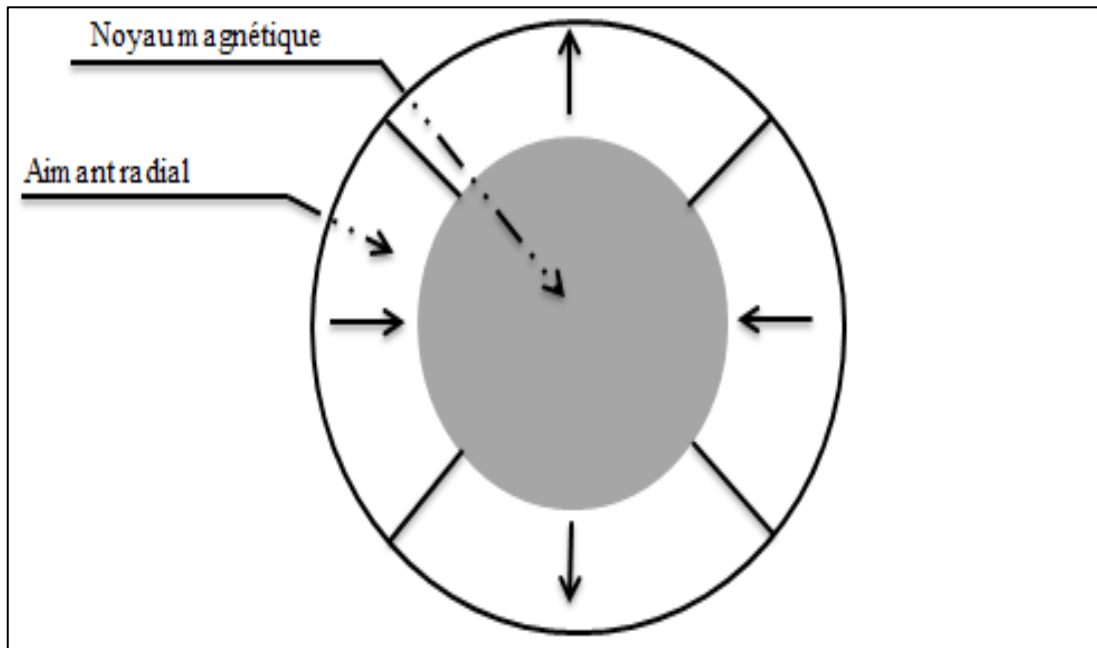
l'aimantation, les formes géométriques des aimants et leurs dispositions. Au niveau du rotor. D'autres structures peuvent être envisagées suivant la présence ou l'absence de pièces polaires.[2]

### I.6.1. Structures à pôles lisses

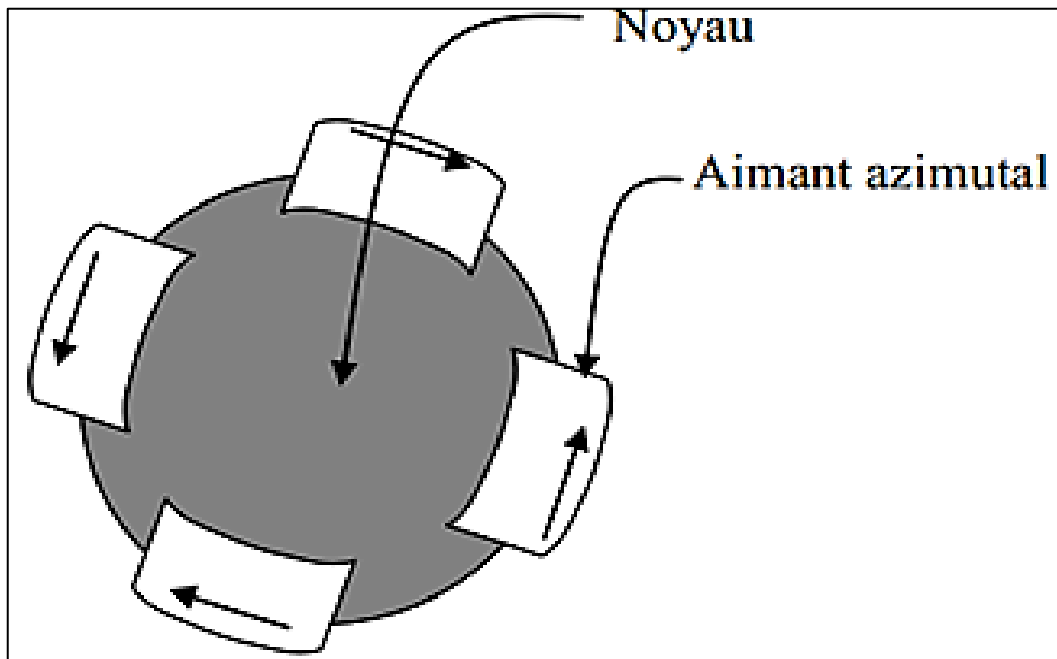
Les aimants généralement en forme de "Tuiles", sont fixés à la surface du rotor grâce à des ferrites amagnétiques au niveau de l'entrefer et plaquées sur un noyau magnétique pour tirer le meilleur parti des aimants, on a intérêt de les doter d'une aimantation radiale, (Figure I.2.a) tangentielle entre pôles (Figure I.2.b), les aimants peuvent avoir également une aimantation mixte (Figure I.2.c) ou aimantation tournante.

Les structures à rotor lisse se caractérisent par un entrefer magnétique important accentué par l'épaisseur des aimants et souvent pour celle de la ferrite amagnétique de maintien.

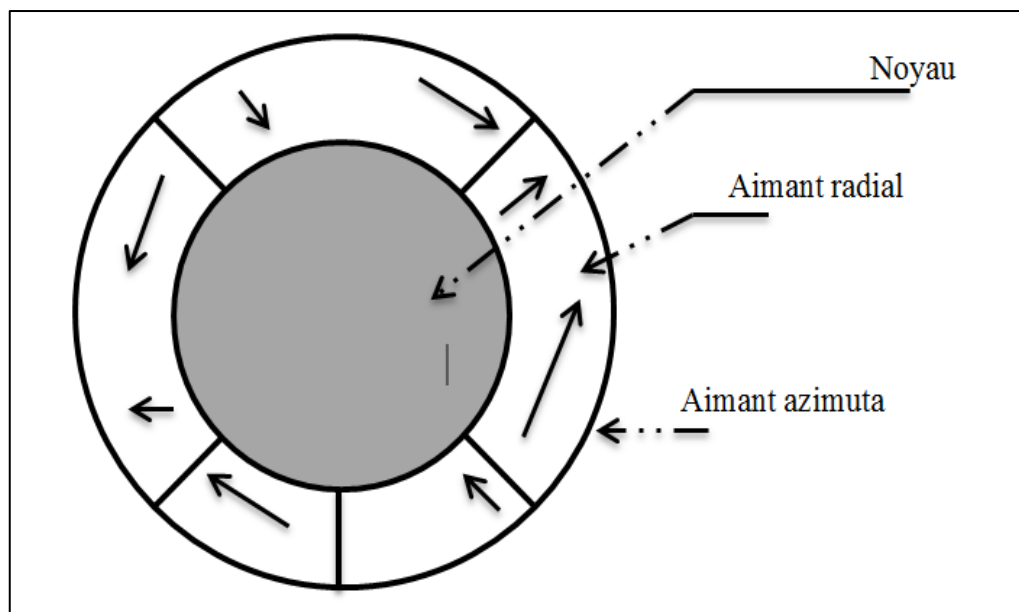
Ces structures sont intéressantes pour un fonctionnement autopiloté, car elles présentent une faible inductance de phase et une réaction d'induit réduite, ce qui favorise ainsi une commande plus simple.[2]



a) Aimantation radiale



b) Aimantation tangentielle



c) Aimantation mixte

Fig. (I.2) Structures à pôles lisses [2]

### I.6.2. Structures à pôles saillants

La saillance est obtenue par l'addition de pièces polaires ou interpolaire, qui raccourcissent nettement les lignes de flux selon les deux axes "d" et "q" respectivement suivant la position directe et la position en quadrature, ce qui augmente la valeur de l'inductance contrairement aux machines à inducteur bobiné ou la saillance est inversée c'est-à-dire, que l'inductance selon l'axe "q" est supérieure par rapport à celle suivant l'axe "d". On peut obtenir plusieurs catégories d'inducteur à pôles saillants.

### I.6.3. Structures avec pièces polaires sans concentration de flux

Les aimants sont dotés d'une aimantation radiale et placés sous des pièces polaires (Figure I.3) qui permettent de les fixer sans la nécessité d'utiliser de frettes et donc de réduire de façon importante l'entrefer équivalent par rapport à la structure sans pièces polaires, par contre la réaction d'induit sera plus importante, et il faut en tenir compte lors du choix du type d'alimentation.[2]

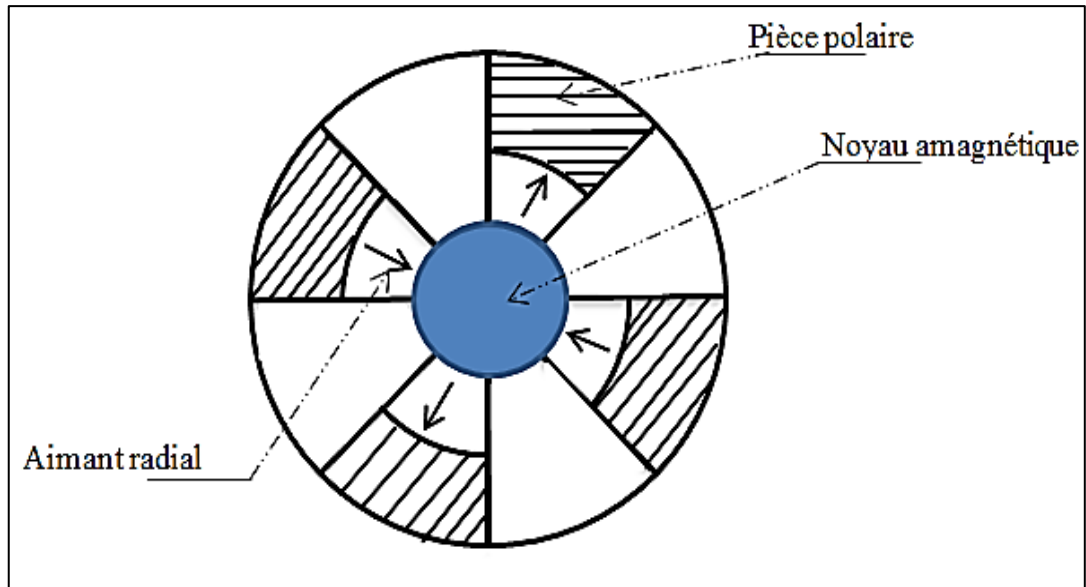
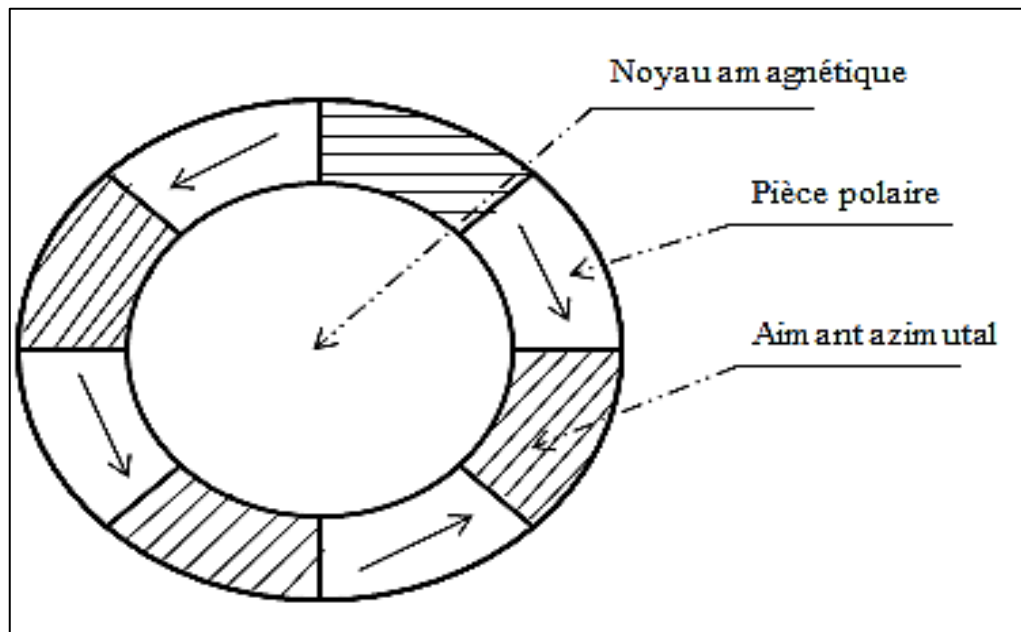


Fig. (I.3) Structure avec aimantation radiale sans concentration de flux

### I.6.4. Structures avec pièces polaires et concentration de flux

Dans le but d'augmenter l'induction dans l'entrefer, et par conséquent, le couple on peut concevoir des structures rotoriques dites "à concentration de flux". Les aimants les plus performants, tels que les terres rares permettent grâce à leur niveau d'induction élevé de produire une concentration de flux importante. Cependant, les effets de saturation seront plus importants. De même, ces structures présentent une saillance inversée ( $L_q > L_d$ ).

Selon le sens de l'aimantation et la disposition des pièces polaires, on peut envisager deux types de structure (Figure I.4-a et b).



a) Structure à aimantation Azimutal

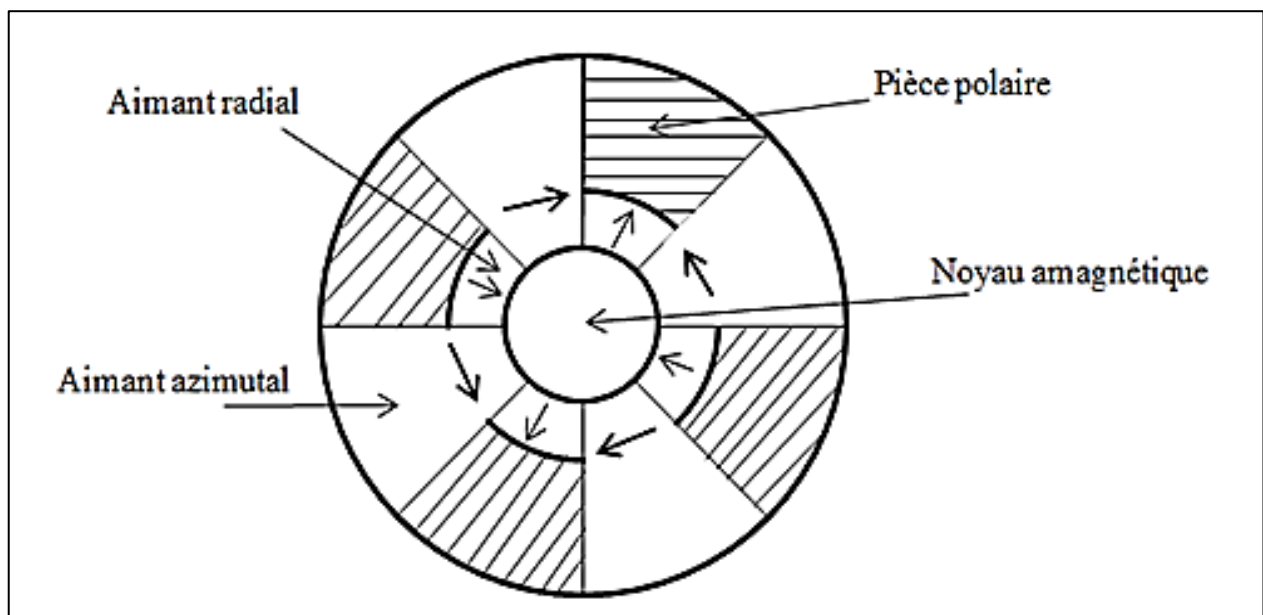


Fig. (I.4) Structure avec pièces polaires et concentration de flux

### I.6.5. Structures à aimants internes

L'augmentation du nombre de pôles et les dimensions géométriques de ces structures simples avec pièces polaires donnent lieu à des rotors "plus complexes" appelées structures d'inducteurs à aimants internes (Figure I.5). Il existe toute une variété de configurations.

Ces structures présentent plusieurs avantages. En effet, la robustesse de leurs rotors leur permet d'atteindre de plus grandes vitesses de rotation et des puissances plus importantes, surtout avec les aimants du type NdFeB.

Toutefois, un problème de structuration se passe là où les aimants sont encastrés dans le fer rotorique.

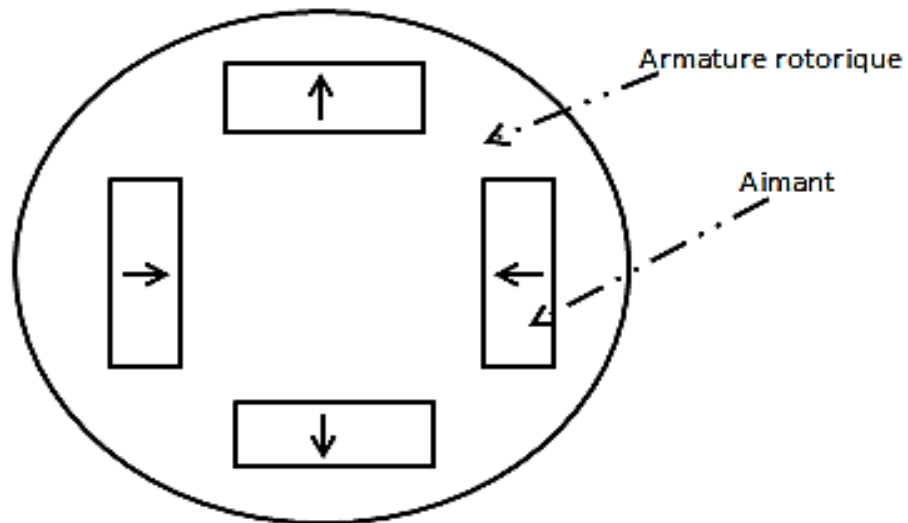


Fig. (I.5) Structure à aimantations interne

#### I.6.6. Structure à aimantations insérées dans l'armature rotorique:

Dans ce type de structures, les aimants (à aimantation radiale) sont insérées dans l'acier rotorique et débouchent sur l'entrefer (Figure I. 6) une saillance inversée y apparaît. Ces structures permettent en principe d'accroître le couple et la gamme de vitesse comme elles permettent de réduire le volume d'aimants utilisées et donc le coût de revient.

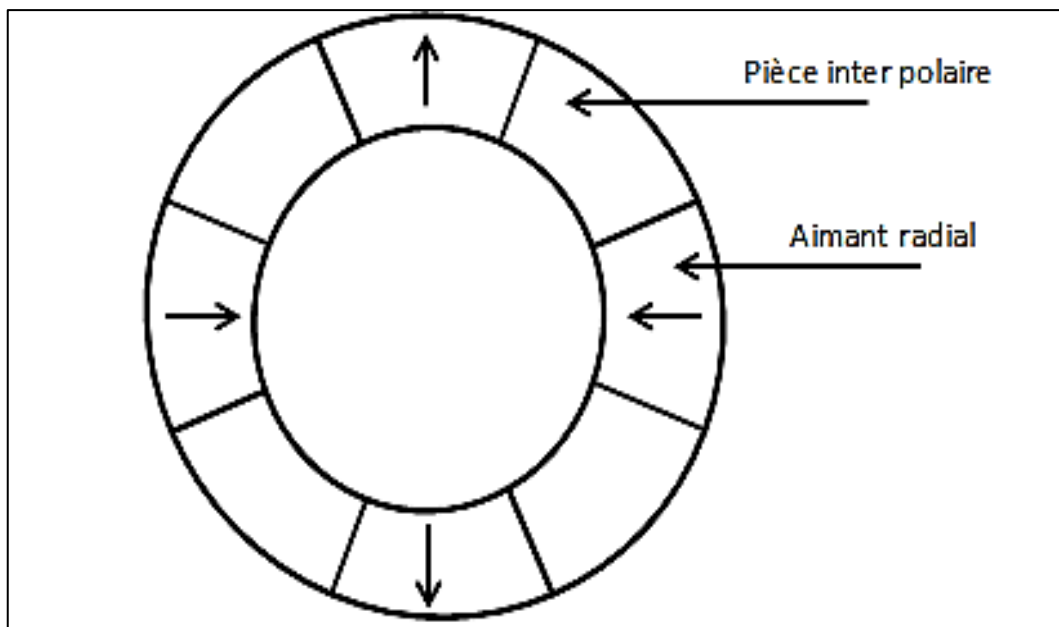


Fig. (I.6) Structure à aimantations insérées

## **I.7. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE LA MSAP**

Le fonctionnement de la machine synchrone à aimants permanents est beaucoup plus simple que celui du moteur à courant continu : le stator muni d'un enroulement polyphasé, triphasé dans la plus part des cas, est alimenté par un système de tensions et courants créant dans l'entrefer un champ d'induction tournante.

Le champ d'induction a tendance à attirer le rotor, lequel est muni d'aimants permanents produisant le champ d'induction. De ce fait, les champs d'induction créés par le stator et le rotor ont tendance à s'aligner, raison pour laquelle un couple d'origine électromagnétique prend naissance. [2]

Comparativement à la machine à courant continu, on voit que c'est le rotor qui joue le rôle d'inducteur (excitation), l'induit étant alors au stator, le rotor se met à tourner à une vitesse angulaire  $\omega_r$  correspondant à la pulsation  $\omega$  de l'alimentation triphasée, ce que justifie la désignation du moteur synchrone.

## **I.8. AVANTAGES DES MSAB PAR RAPPORT AUX AUTRES TYPES DE MACHINES**

Un avantage évident de l'utilisation des aimants au niveau de la production du flux est la suppression des pertes par effet joule du système inducteur, on peut montrer dans le cas des machines classiques que l'importance relative de ces pertes par effet joule par rapport à la puissance utile est d'autant plus élevée que la machine est de taille plus réduite. Un autre avantage de l'excitation par aimants, concerne l'amélioration de la sécurité de fonctionnement certes, les moteurs synchrones à aimants sont intéressants du point de vue puissance, rendement, facteur de puissance et moment d'inertie pour des gammes accessibles à leurs utilisation (coût et fiabilité).

### **I.8.1. Moteurs synchrones à aimants - Moteurs à courant continu**

Les moteurs synchrones à aimants concurrencent les moteurs à courant continu. En effet les moteurs synchrones à aimants produisent un couple élevé, l'absence du système balais lames du collecteur pour les moteurs à aimants permet de réduire la maintenance et d'éviter les problèmes de limitation pour la vitesse maximale.

### **I.8.2. Moteurs synchrones à aimants - Moteurs synchrone classique**

Les aimants modernes et en particulier les plus performants, tel que les terres rares ont une perméabilité voisine de celle de l'air.

Ceci conduit à un entrefer équivalent plus important que celui obtenu avec les machines synchrones classiques. Cet avantage offre aux moteurs synchrones à aimants une meilleure stabilité.

D'autre part, le moteur synchrone classique est limité par le volume de son rotor pour les grandes vitesses de rotation, ce qui n'est pas le cas pour un inducteur à aimants. L'autopilotage élimine tout problème de décrochage ou de ralentissement.

### **I.8.3. Moteurs synchrones à aimants - Moteurs asynchrones**

Les moteurs à aimants présentent les avantages suivants par rapport aux moteurs asynchrones:

- Un faible moment d'inertie, ce qui a pour effet de donner une réponse plus rapide pour un couple donné ;
- Un rendement plus élevé que celui des moteurs asynchrones classiques, en effet les pertes joules rotoriques sont négligeables pour les machines à aimants, tandis que les pertes fer rotoriques d'un moteur asynchrone dépendent du glissement ;
- Le moteur à aimants est avantage par sa rusticité, et il n'a pas besoin de requérir à une source de courant d'excitation, ce qui n'est pas le cas pour le moteur asynchrone ;
- Pour les mêmes performances, le moteur est de taille plus réduite, cet avantage permet d'utiliser les machines à aimants là où l'encombrement est limité. Toutefois le moteur asynchrone ne produit pas de couple de détente ce qui est le cas des machines synchrones à aimants [2].

## **I.9. LES INCONVENIENTS**

- Dans le moteur synchrone à aimants permanents le commutateur mécanique du moteur à courant continu est remplacé par un commutateur électronique, ce qui a pour effet de rendre le contrôle de ce moteur plus complexe et coûteux que celui d'un moteur à courant continu.
- Un désavantage du moteur synchrone est la présence de pulsations de couple. Selon la méthode de commutation utilisée, le moteur synchrone est plus ou moins sujet à ce phénomène. La commutation sinusoïdale d'un contrôleur complexe et de capteur de courant sophistiqué (coûteux), la commutation trapézoïdale, permet d'utiliser un contrôleur et des capteurs de courant plus simples et moins coûteux (exemple: capteur à effet hall), mais implique la présence de fortes pulsations de couple.
- La présence d'aimants permanents majore le prix des moteurs synchrones, notamment dans le cas de l'utilisation d'aimants de type terre rare, ces aimants présentent de très grandes qualités (champs coercitif, tenue en chaleur, etc.) Par rapport aux aimants « ferrites » mais ont un prix aussi beaucoup plus élevé.
- Le contrôle basé sur une commutation électronique augmente la complexité et donc le prix du contrôleur et du variateur. Cela s'ajoute le coût des capteurs supplémentaires nécessaires à la boucle du courant.
- Risque de désaimantation (irréversible): limite de température maximale, courant maximum, défluxage impossible dans les machines à courant continu, possible dans les machines synchrones par contrôle de l'angle d'autopilotage.
- Pertes par courants de Foucault dans les aimants [2].

## I.10. DOMAINES D'APPLICATIONS DES MSAP

### I.10.1. Applications aux petites puissances :

Dans la gamme des puissances faibles (<500W en se basant sur la norme de construction électrique NF C 51-200), les moteurs brushless sont pour la plupart utilisés en mode courant continu et appelés moteurs BLDC (Brushless DC).

Ces moteurs sont utilisés pour des systèmes qui nécessitent des contrôles de position Précis (disques durs, graveurs de DVD ...), ils sont aussi utilisés pour des systèmes Qui ont besoin de fonctionner à une vitesse fixe précise comme les programmeurs mécaniques des appareils électroménagers ou autres. D'autres exemples d'utilisation de petits moteurs brushless sont les ventilateurs des micro-ordinateurs ou l'instrumentation médicale comme les fraises de dentiste qui fonctionnent à des vitesses élevées. Tous ces exemples sont présentés sur (la figure I.7)



**Disque dur**



**Micro- Ventilateur**



**Programmateur**



**Fraise de dentiste**

**Fig. (I.7) Exemples d'applications de moteurs brushless de petite puissance**

### **I.10.2. Applications aux moyennes puissances :**

Dans cette partie, les systèmes étudiés sont ceux nécessitant des puissances comprises entre 600W et 100kW et utilisant ou susceptibles d'utiliser des MSAP, ces machines sont pour la plupart polyphasées (généralement triphasées) et associées à un onduleur de tension commandé en courant afin d'assurer l'autopilotage.

Une première application dans cette gamme de puissance repose sur la motorisation des véhicules électriques divers. En effet, les tendances actuelles conduisent au développement des accumulateurs électriques (batteries Lithium/ion ...) et au développement des moteurs électriques au détriment des moteurs thermiques dont le rendement est plus faible et le combustible fossile en voie d'épuisement. Comme cela a été vu précédemment, le moteur brushless possède des caractéristiques intéressantes pour les systèmes embarqués. Certains véhicules électriques ou hybrides comme la Toyota-Prius ou la Citroën-C0 sont donc équipés de MSAP. Dans le même ordre d'idée, des études sur les véhicules 2-roues sont aussi entreprises (scooter, vélos à assistance électrique...). Certaines machines à outils et robots industriels utilisent aussi des moteurs brushless car ils apportent de bonnes performances (bon) couple à faible vitesse, forte capacité de surcharge, fiabilité de vitesse ...) et nécessitent peu de maintenance.

Tous les exemples décrits précédemment sont illustrés sur (la figure I.8) De par ses avantages, la MSAP peut aussi être utilisée dans beaucoup d'entraînements de divers mécanismes et ce particulièrement pour les systèmes où le poids et le volume jouent un rôle important. Si c'est déjà le cas pour certains systèmes dans les voitures (ventilation, climatisation ...), il est aussi envisageable d'augmenter leur pénétration dans d'autres domaines tel que l'aéronautique où il est de plus en plus question de "l'avion plus électrique" ou de "l'avion tout électrique"



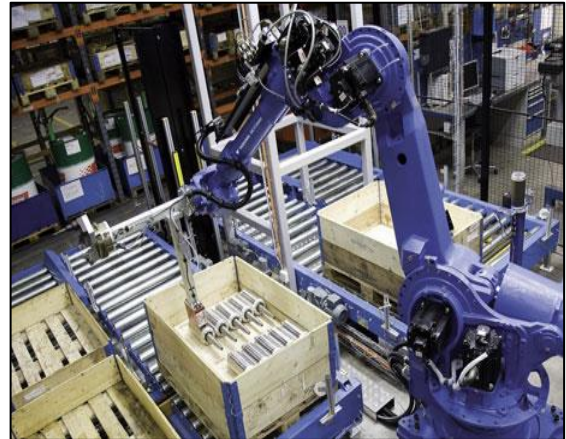
**Vélo à assistance**



**voiture électrique**



**Machine-outil**



**robot industriel Electrique**

**Fig. (I.8) Exemples d'applications de moteurs brushless de moyenne puissance**

### **I.10.3. Applications aux fortes puissances :**

Malgré le coût élevé des aimants, les MSAP sont de plus en plus utilisées ou envisagées pour des équipements de plus forte puissance où les contraintes d'encombrement sont importantes comme la traction électrique ou la propulsion navale.

L'AGV (Automotrice à grande vitesse) d'Alstom utilise ainsi des MSAP pour la traction et le freinage électrodynamique du train. Ce successeur du TGV concilie la structure des rames articulées (comme le TGV) avec une motorisation répartie sur toute la rame, cette répartition conduit à une réduction de consommation de 15% et à une modulation du train en terme de nombre de voitures et donc de puissance. Le rapport puissance/poids de la rame est de 22kW/tonne et la vitesse de croisière du train est de 360 km/h (contre 320 km/h pour le TGV).

Les moteurs utilisés ont une puissance nominale de 720 kW et un rapport puissance/poids de 1 kW/kg (contre maximum 0.7kW/kg pour le moteur asynchrone du TGV-POS).

De même, les MSAP peuvent être employées pour la propulsion navale. Dans ce cadre, les moteurs utilisés doivent en effet être compacts, légers, fiables, résistants à l'environnement marin (vibrations, humidité, salinité, températures ...) et le plus discret possible s'ils sont utilisés dans un cadre militaire, bien que les MSAP qui génèrent une forte puissance soient assez chères à fabriquer, on en trouve sur les sous-marins et certains bateaux militaires ainsi que sur certains navires de croisière comme le "Legend of the seas" (figure I. 9). Cette partie a proposé un aperçu des différents systèmes propices à l'utilisation des MSAP

Ces systèmes utilisent pour la plupart plusieurs machines électriques autopilotées, reliées chacune à son propre convertisseur électrique. Les systèmes développés sont donc de type SMM et il est intéressant de voir s'il ne serait pas possible d'en optimiser la taille et le poids, le cas des SMM appliqués au domaine.



**Traction ferroviaire**



**Propulsion navale**

**Fig. (I.9) Exemples d'applications de moteurs brushless de forte puissance**

## **I.11.Conclusion**

La machine à aimants englobe toute une variété de structures. Le choix d'une structure est lié à l'application et la notion prix performants, l'excitation des machines synchrones par aimants permanentes offre plusieurs avantages. Elle permet la suppression des pertes par effet joule et une réduction de l'encombrement. Une simple comparaison des machines synchrones à aimants avec les autres types des machines laisse deviner un avenir brillant pour la machine à aimants surtout avec l'apparition des aimants très performants (NdFeB, SmCo). De plus, elles n'exigent pratiquement aucun entretien pendant la durée de vie.



## **Chapitre II : Modélisation analytique des machines à aimants Sinusoïdaux**

## II.1. Introduction

Les machines que nous abordons dans ce chapitre, sont des machines à aimants permanents montés sur la surface du rotor avec des encoches au stator [12]. Le modèle analytique présenté est basé sur la résolution de l'équation de Poisson couplée avec la transformation conforme complexe de Schwarz-Christoffel [9]-[10]. Ce modèle est appliqué à une machine synchrone à aimants permanents, constitués de plusieurs barreaux aimantés dans des directions inclinées. En premier lieu, une solution analytique de l'équation de Poisson avec stator lisse est déterminée puis cette dernière est couplée avec une perméance relative complexe issue de plusieurs transformations conformes. La machine à aimants étudiée analytiquement dans cette section, présente une aimantation sinusoïdale et est comparable à la machine introduite par K. Halbach. La différence réside dans l'ouverture des aimants qui est différente du pas polaire [11]-[12].

## II.2. Calcul analytique des performances électromagnétiques

Les machines étudiées sont constituées de deux parties bien distinctes :

1. Le stator : Il est de forme cylindrique, constitué par un empilement de tôles en matériau ferromagnétique et comporte un bobinage triphasé classique. Les conducteurs sont logés dans des encoches régulièrement réparties le long de l'entrefer.
2. Le rotor : Celui-ci comporte des aimants montés sur sa surface. Chaque pôle est constitué d'un nombre donné de blocs aimantés qui sont fixés, à l'aide de frettes amagnétiques, sur l'arbre de la machine. Ce dernier peut être constitué soit d'une seule pièce massive, soit d'un circuit magnétique feuilleté. L'aimantation dans ce type de machines peut être, radiale [3], parallèle [8] ou sinusoïdale [5], [12] (Fig.II.1). En pratique, l'aimantation sinusoïdale est approximée en subdivisant chaque pôle en un certain nombre de blocs dont l'aimantation est inclinée d'un angle, mesurée en angle électrique, correspondant à la position du bloc dans le pôle.

L'alimentation de la machine est assurée par des courants sinusoïdaux issus d'un onduleur de tension contrôlé en courant. Un onduleur de tension à modulation de largeur d'impulsions contrôlé en courant autorise toute forme d'onde du courant d'alimentation. Il suffit pour cela de générer les signaux de référence à l'image des courants désirés. Le fait d'asservir l'alimentation du moteur à la position du rotor s'appelle de l'autopilotage. En fonctionnement synchrone, on distingue :

1. Les machines à fem sinusoïdale, appelées PMSM, alimentées par des courants de forme sinusoïdale [6]-[7].
2. Les machines à fem trapézoïdale, désignées par la terminologie anglaise « Brushless DC », qui sont alimentées par des créneaux de courants de durée égale à  $120^\circ$  ou  $180^\circ$  électrique [3]- [4].

### II.2.1. Calcul analytique avec stator lisse

La modélisation du comportement électromagnétique des machines à aimants montés sur la surface du rotor est effectuée en se basant sur les équations de Maxwell. La structure de la machine expérimentale étudiée est celle de la (Figure II.1), où nous négligeons, dans une première étape, la présence des encoches statoriques. Les aimants permanents présentent une aimantation à répartition supposée parfaitement sinusoïdale [6], [7] par pôle (Figure II.1.a). Les caractéristiques et les dimensions de la machine étudiée, sont indiquées sur le (Tableau II .1).

Paramètre	Symbole	Valeur et unité
Aimantation résiduelle ( $N_dFeB$ )	$M$	1 T
Nombre de conducteurs dans une encoche	$N_c$	14
Intensité du courant de phase	$I$	10 A
Nombre d'encoches statorique	$Q_s$	36
Ouverture de l'encoche	$b_0$	$(1/3).\tau_s$
Nombre de paires de pôles	$P$	6
Rayon externe du stator	$R_3$	141.18 mm
Rayon d'alésage	$R_2$	73.8 mm
Rayon externe de l'aimant	$R_1$	73 mm
Rayon du fer rotorique	$R_0$	66.3 mm
Rayon interne du fer rotorique	$R_{in}$	30 mm
Epaisseur de l'entrefer	$G$	0.8 mm
Epaisseur des aimants	$h_m$	6.7 mm
Hauteur des encoches	$h_s$	32 mm
Longueur active de la machine	$L$	210 mm
Fréquence	$f_r$	50 Hz
Rapport ouverture des aimants sur le pas polaire	$\beta$	2/3
Vitesse de rotation du rotor	$\omega_r$	1000 tr/mn

**Tableau (II .1) : Paramètres de base de la machine étudiée**

Pour la modélisation adoptée, la perméabilité du fer est supposée infinie. En négligeant l'effet de la denture statorique, l'entrefer magnétique (région des aimants et l'entrefer mécanique) de la machine est considéré lisse. Sous ces conditions, le domaine d'étude, dans un système en coordonnées polaires  $(r, \theta)$ , est réduit à deux zones concentriques (Figure. II.2) :

- $[R_0, R_1]$ : Zone (défini par le potentiel  $A_{ar}$ ) contenant les aimants.
- $[R_1, R_2]$ : Zone (défini par  $A_{er}$ ) contenant l'entrefer mécanique.

Dans le domaine d'étude, un point au stator est repéré par  $\theta'$  et au rotor par  $\theta$  (Figure II.1). En fonctionnement à vitesse de rotation constante  $\omega_r$ , les deux angles sont liés par la relation :

$$\theta' = \omega_r t + \theta + \delta_0 \quad (1)$$

Où  $\delta_0$  est l'angle de déphasage entre les axes de symétrie du stator et du rotor à  $t = 0$ . Les composantes de l'induction magnétique sont exprimées ainsi :

$$B_r = \frac{\partial A}{r \partial \theta} \quad \text{Et} \quad B_\theta = \frac{\partial A}{\partial r} \quad (2)$$

L'équation de Poisson, en 2D dans la zone des aimants, issue des équations de Maxwell avec une formulation en potentiel vecteur magnétique en considérant seulement la présence des aimants permanents, est donnée par :

$$\nabla \times \left[ \frac{1}{\mu} (\nabla \times \vec{A}) \right] = \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \vec{M} \right) \quad (3)$$

Où  $\mu$  représente la perméabilité du milieu ( $\mu = \mu_0$  dans l'air, les aimants et les conducteurs) supposée très grande dans le fer statorique et dans le fer rotorique.

Le calcul du champ revient donc à résoudre des équations, aux dérivées partielles, du potentiel vecteur dans l'intervalle  $[R_0, R_2]$ . Le principe de la méthode de résolution consiste à rechercher les expressions analytiques du potentiel vecteur dans les différentes zones du domaine d'étude. Des conditions supplémentaires sur les limites du domaine d'étude doivent être alors satisfaites

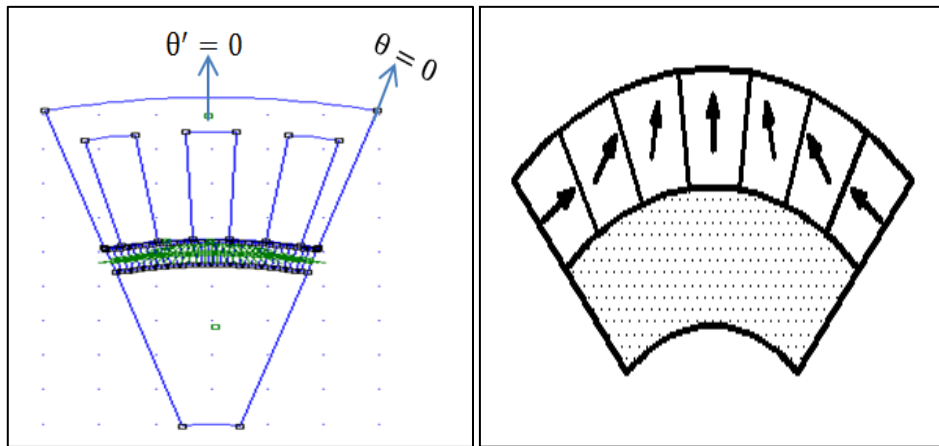


Figure II.1 Moteur étudié (a) aimant permanent à aimantation sinusoïdale (b)

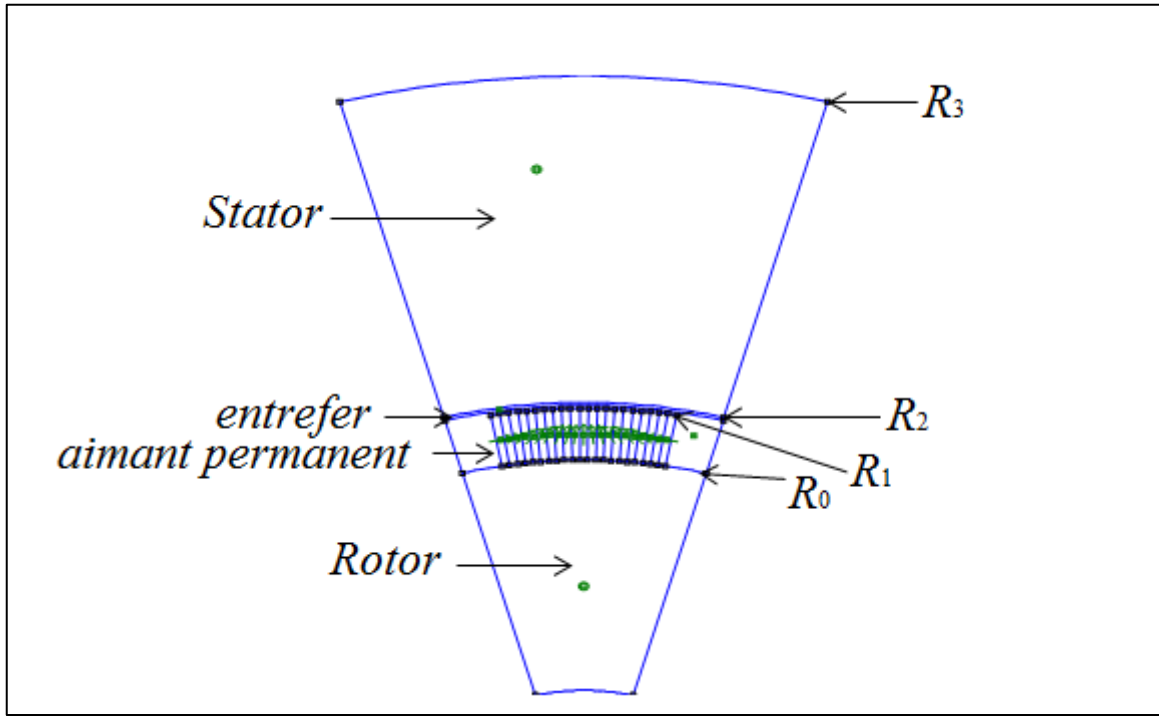


Figure II.2 Moteur étudié avec stator lisse

La prise en compte des aimants dans la modélisation des machines électriques, en présence de courants, s'effectue, le plus souvent par le biais du modèle Ampérien. Des densités volumique et surfacique fictives de courants, équivalentes à l'aimantation sont définies. Celles-ci sont respectivement réparties dans le volume et sur la surface des aimants. Toutefois ce type d'analogie n'est pas obligatoire dans la mesure où les composantes  $M_r$  et  $M_\theta$  de l'aimantation apparaissent directement dans l'équation de répartition du potentiel (Equation (3)). En effet, celles-ci peuvent être développées en séries de Fourier selon [6], [7], [8]. L'aimantation, dans l'Equation (3), est décomposée en une composante radiale et en une composante tangentielle :

$$M_r = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} M_{rn} \cos(np\theta) \quad (4)$$

$$M_\theta = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} M_{\theta n} \sin(np\theta) \quad (5)$$

Avec

$$M_{rn} = -\frac{M_{\theta n}}{n\beta} = -\frac{4M\beta \cos\left(\frac{n\beta\pi}{2}\right)}{\pi (n\beta)^2 - 1} \quad (6)$$

$\beta$  Représente le rapport l'ouverture de l'aimant / pas polaire.

Dans le cas où  $n\beta = 1$ ,

$$M_{rn} = -M_{\theta n} = \frac{M}{n} \quad (7)$$

Dans notre étude, nous avons considéré que le nombre de barreaux est suffisamment important pour que l'aimantation soit parfaitement sinusoïdale (Figure.II.3). Néanmoins le nombre de barreaux par aimant et par pôle peut être pris en considération dans l'étude électromagnétique à travers le modèle de l'aimantation inclinée d'un bloc d'aimant

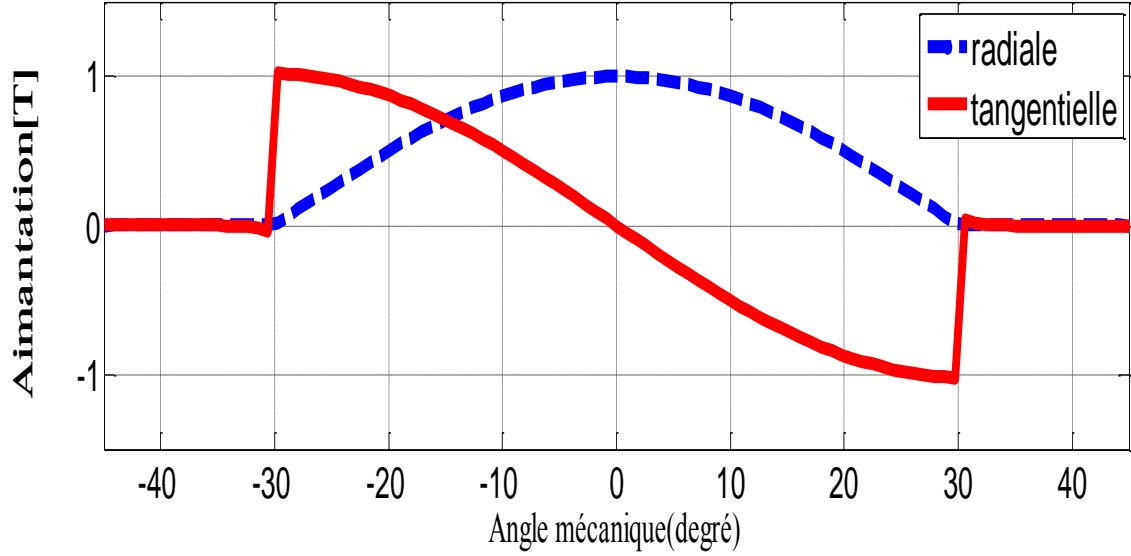


Figure II.3 Forme d'onde d'une aimantation sinusoïdale parfaite

Le potentiel vecteur s'écrit sous forme de séries de fourrier, que ce soit dans la zone de l'entrefer ou des aimants, comme suit :

$$A(r, \theta) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} a(r, n) \sin(np\theta) \quad (8)$$

Dans l'entrefer mécanique, le potentiel vecteur est :

$$A_{er} = \sum (e_{1n} r^{np} + e_{2n} r^{-np}) \sin(np\theta) \quad (9)$$

L'Equation (3) devient :

$$\frac{\partial^2 A_{ar}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{ar}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{ar}}{\partial \theta^2} = \frac{\mu_0}{r} \left[ \frac{\partial M_r}{\partial \theta} - M_\theta \right] \quad (10)$$

Dans la zone des aimants permanents, l'équation de diffusion du champ magnétique est donnée par [6]:

$$A_{ar} = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (a_{1n} r^{np} + a_{2n} r^{-np} + \psi_n r) \sin(np\theta) \quad (11)$$

Avec une solution particulière exprimée par :

$$\psi_n = \begin{cases} \frac{npM_{rn} + M_{\theta n}}{(np)^2 - 1}, np \neq 1 \\ -\frac{1}{2} \left( \ln(r) - \frac{1}{2} \right) (M_{rn} + M_{\theta n}), np = 1 \end{cases} \quad (12)$$

Dans la zone de l'entrefer mécanique, l'équation de Laplace de diffusion du champ est :

$$\frac{\partial^2 A_{er}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{er}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{er}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (13)$$

L'exploitation, des conditions aux limites et de passage du champ magnétique entre les deux zones, permet de déterminer les constantes  $e_{1n}, e_{2n}, a_{1n}, a_{2n}$ .

En  $r = R_2$  la dérivé  $\frac{\partial A_{er}}{\partial r} = 0$  et donc

$$e_{1n} = e_{2n} R_2^{-2np} \quad (14)$$

En  $r = R_0$ ,  $\frac{\partial A_{ar}}{\partial r} + M_\theta = 0$ , aussi

$$a_{1n} = \frac{a_{2n} np R_0^{-np} - (M_{\theta n} + \psi_n) R_0}{np R_0^{np}} \quad (15)$$

En  $r = R_1$ ,  $A_{er} - A_{ar} = 0$  et  $\frac{\partial A_{er}}{\partial r} - \frac{\partial A_{ar}}{\partial r} - M_\theta = 0$ , ainsi

$$e_{2n} = \frac{1}{2} \frac{R_2^{2np}}{np(R_0^{2np} - R_2^{2np})} [(-2R_0^{np+1} + R_0^{2np} R_1^{-np+1} + R_1^{np+1})(M_{\theta n} + \psi_n) + (R_0^{2np} R_1^{-np+1} - R_1^{np+1})np\psi_n] \quad (16)$$

$$a_{2n} = \frac{1}{2} \frac{R_2^{2np}}{np(R_0^{2np} - R_2^{2np})} \{R_0^{2np} R_1^{np+1} [M_{\theta n} + (1 - np)\psi_n] - 2R_0^{np+1} R_2^{np+1} (M_{\theta n} + \psi_n) + R_0^{2np} R_2^{2np} R_1^{-np+1} [M_{\theta n} + (1 + np)\psi_n]\} \quad (17)$$

Dans le cas où  $np=1$

$$e_{2n} = \frac{1}{4} \frac{R_2^2}{R_0^2 - R_2^2} \{(R_1^2 - R_0^2)(M_{rn} - M_{\theta n}) - 2R_0^2(M_{rn} + M_{\theta n})[\ln(R_1) - \ln(R_0)]\} \quad (18)$$

$$a_{2n} = \frac{1}{4} \frac{R_0^2}{-R_0^2 + R_2^2} \{(R_1^2 - R_2^2)(M_{rn} - M_{\theta n}) + 2R_2^2(M_{rn} + M_{\theta n})[\ln(R_1) - \ln(R_0)]\} \quad (19)$$

$$e_{1n} = e_{2n} R_2^{-2} \quad (20)$$

$$a_{1n} = \frac{a_{2n}}{R_0^2} + \frac{M_{rn} - 3M_{\theta n} + 2\ln(R_0)(M_{rn} + M_{\theta n})}{4} \quad (21)$$

A partir des équations (2) et (9), les inductions radiales (Figure II.4) et tangentielles (Figure II.5) dans l'entrefer mécanique s'en déduisent par :

$$B_r(r, \theta) = \frac{p}{r} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n(e_{1n}r^{np} + e_{2n}r^{-np}) \cos(np\theta) \quad (22)$$

$$B_\theta(r, \theta) = \frac{p}{r} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} n(e_{1n}r^{np} - e_{2n}r^{-np}) \sin(np\theta) \quad (23)$$

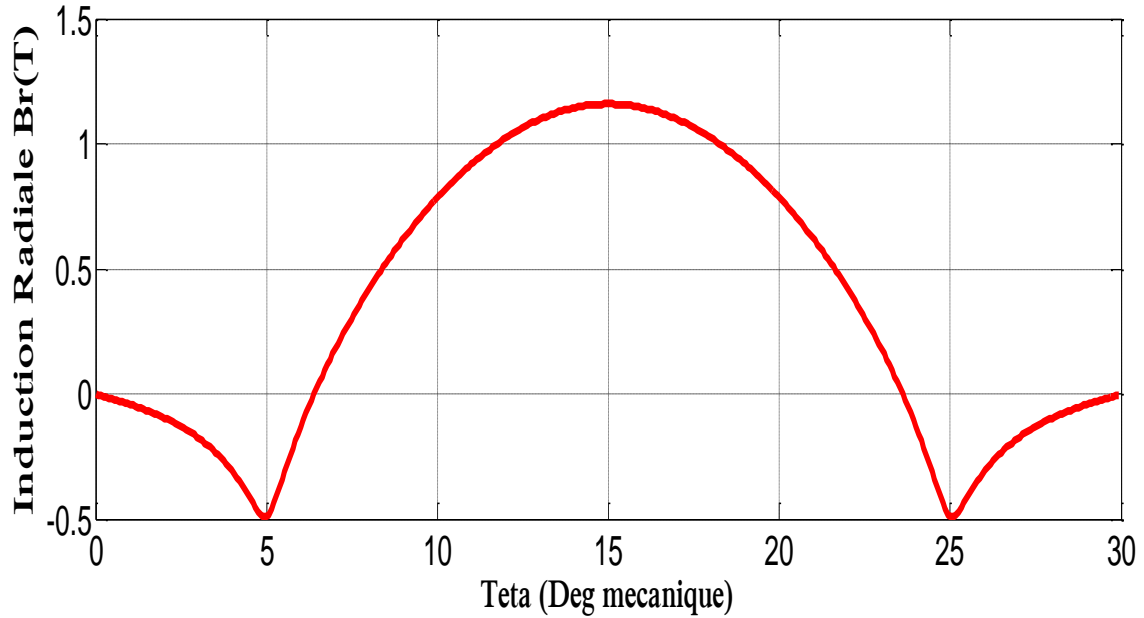


Figure II.4 la Forme d'onde l'induction Radiale avec stator lisse calculées

En  $r = R2-g/2$  pour  $\beta = 2/3$

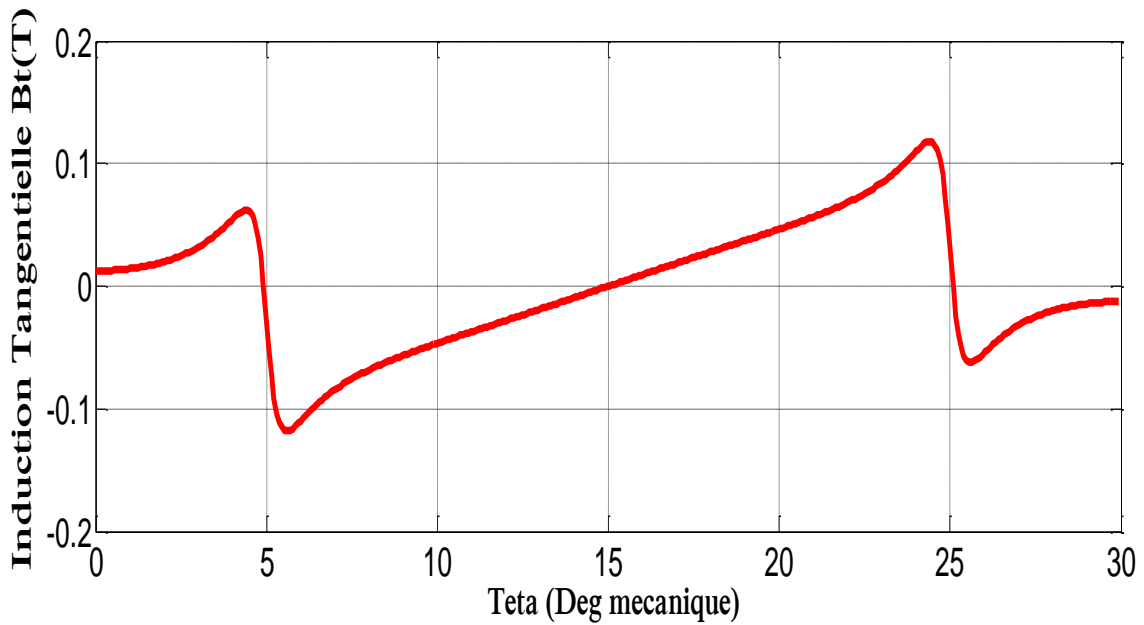


Figure II.5 la Forme d'onde de l'induction tangentielle avec stator lisse calculées

En  $r = R2-g/2$  pour  $\beta = 2/3$

### II.2.1.1. Modèles des courantes sources

La machine étudiée présente trois enroulements identiques, régulièrement décalés, de  $2\pi/3$  dans l'espace. Si on néglige l'effet de la denture statorique, les ampères-tours injectés dans l'encoche peuvent être alors assimilés à une densité superficielle de courant placée à l'endroit de l'isthme d'encoche.

Au niveau du stator, l'origine des angles est choisie confondue avec l'axe de symétrie d'une phase du bobinage statorique et ainsi, tous les points sont repérés par l'angle  $\theta'$ . La relation entre les coordonnées statorique ( $\theta'$ ) et rotoriques ( $\theta$ ) s'écrit :

$$\theta' = \theta_0 + \theta + \omega_r t$$

Où  $\theta_0$  représente le décalage initial du rotor par rapport au stator et  $\omega_r$  est la vitesse de rotation mécanique.

L'alimentation de la machine est assurée par un onduleur de tension contrôlé en courant qui délivre des courants de forme sinusoïdale. [12]

#### II.2.1.1.1. Alimentation sinusoïdale

Pour une alimentation sinusoïdale, les courants triphasés sinusoïdaux d'amplitude  $I_m$  sont exprimés par :

$$\begin{cases} i_a = I_m \cos(\omega_r t) \\ i_b = I_m \cos(\omega_r t - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c = I_m \cos(\omega_r t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (24)$$

Les densités superficielles équivalentes, définies dans le repère statorique au niveau du rayon d'alésage  $R_2$ , s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{cases} J_a = \sum_n J_n \cos(np\theta' + \omega_r t) \\ J_b = \sum_n J_n \cos(np\theta' + \omega_r t - (n+1)\frac{2\pi}{3}) \\ J_c = \sum_n J_n \cos(np\theta' + \omega_r t + (n+1)\frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (25)$$

Où

$$J_n = \frac{4pNI_m}{\pi R_2} k_{bn}$$

$N$  étant le nombre de spires dans une encoche et  $k_{bn}$  le coefficient de bobinage de l'enroulement statorique exprimé par [12] :

$$k_{bn} = k_{fn} k_{rn} k_{in} k_{dn} \quad (26)$$

Les différents coefficients sont exprimés ainsi :

- $k_{fn}$  coefficient de filtrage :

$$k_{fn} = \frac{\sin(\frac{npb_0}{2})}{(\frac{npb_0}{2})}$$

Où  $b_0$  représente l'ouverture de l'encoche.

- $k_{dn}$  coefficient de distribution :

$$k_{dn} = \frac{\sin(\frac{nqp\tau_s}{2})}{q(\sin(\frac{np\tau_s}{2}))}$$

Où  $\tau_s$  représente le pas dentaire.

- $k_{rn}$  Coefficient de raccourcissement :

$$k_{rn} = \sin(\frac{np\alpha}{2})$$

Où  $\alpha$  représente l'angle de raccourcissement :

- $k_{in}$  coefficient d'inclinaison :

$$k_{in} = \frac{\sin(n\gamma_i)}{n\gamma_i}$$

$\gamma_i$  Représente l'angle de décalage horizontal de l'axe d'une encoche par rapport à l'axe de la machine.

La densité résultante équivalente au système de courants triphasés s'écrit alors :

$$J(\theta_s, t) = \frac{3}{2} \sum_n J_n \cos(np\theta' + \omega_r tv) \quad (27)$$

$$\text{Avec : } v = \begin{pmatrix} -1 & \text{si } n = 6m + 1 \\ +1 & \text{si } n = 6m - 1 \end{pmatrix}$$

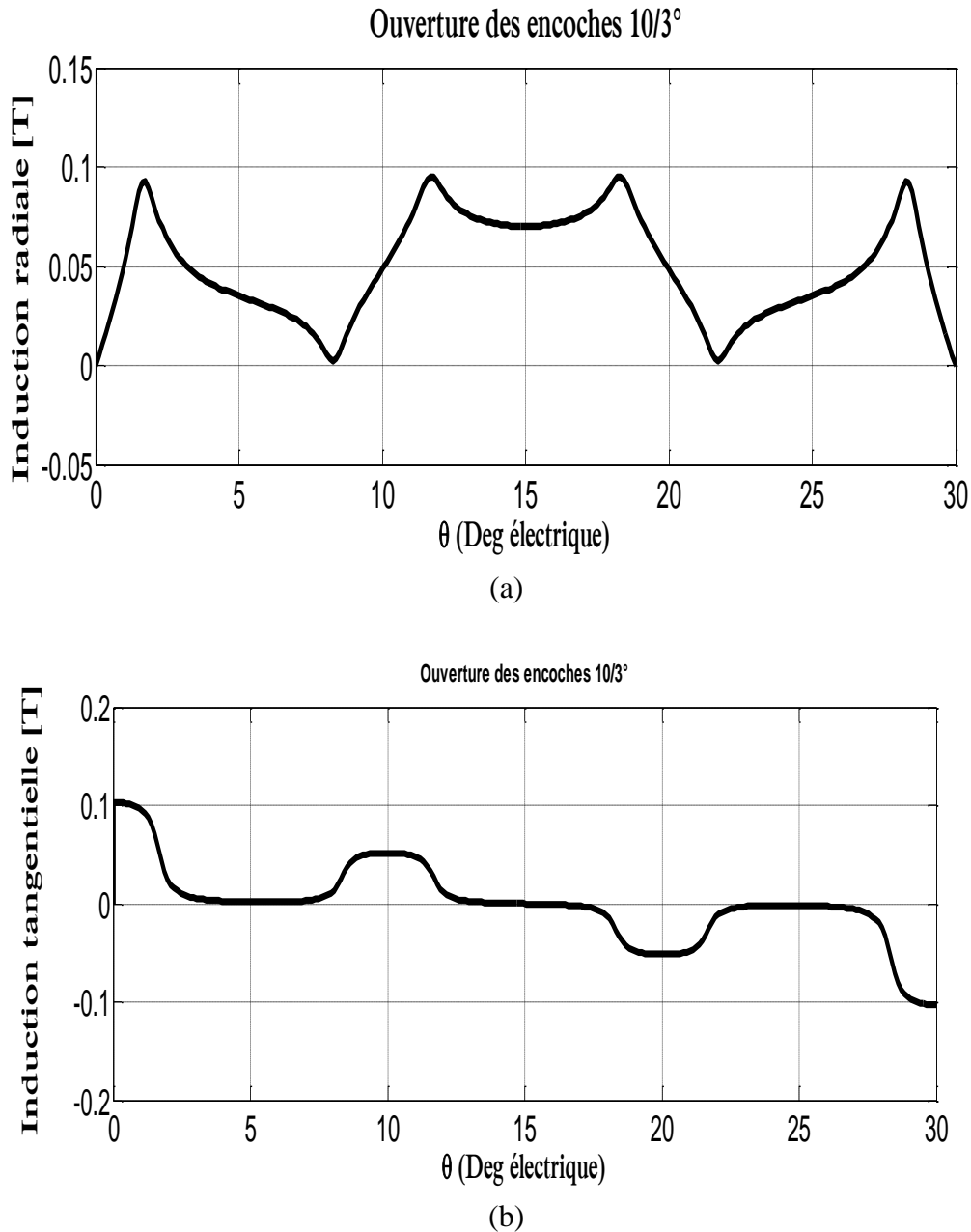
Où seules les harmoniques  $n = 6m \pm 1$  sont non nulles.

Dans le repère rotorique, cette densité est exprimée par la relation suivante :

$$J(\theta, t) = \frac{3}{2} \sum_n J_n \cos(np\theta + (np\Omega + \omega_r v)t + \theta_0) \quad (28)$$

### II.2.1.1.1 Distribution des inductions dues aux courants

La Figure (II.6.a.b) montre la répartition de l'induction magnétique, le long de l'entrefer, créée par les courants de sources que ce soit pour un courant sinusoïdal.



**Figure II.6.a.b** Champ dû aux courants statoriques ( $I=10$  A).  
En Alimentation sinusoïdale ( $I_a = I_m, I_b = I_c = -I_m/2$ )

## II.2.2. Calcul analytique avec stator encoché

L'effet d'encoche du stator sur les inductions radiale et tangentielle est introduit via une fonction perméance relative complexe issue d'une transformation conforme analytique de Schwarz-Christoffel d'un modèle avec une seule encoche de profondeur infinie [9]-[10]. Ce modèle permet d'exploiter les

équations(22) et (23) pour déterminer les inductions radiale et tangentielle dans le cas avec encoches statoriques. Avec  $B_k = B_r + jB_\theta$  l'induction complexe dans la structure réelle est donnée par :

$$B_s = B_k \cdot \left( \frac{\partial k}{\partial s} \right)^* \quad (29)$$

Avec

$$\frac{\partial k}{\partial s} = \lambda = \frac{k}{s} \frac{w-1}{(w-a)^{\frac{1}{2}}(w-b)^{\frac{1}{2}}} \quad (30)$$

Ces deux expressions (29) et (30) sont issues de plusieurs transformations conformes analytiques qui permettent de passer du plan S ( $r, \theta$ ) dont les coordonnées sont données par l'équation complexe en coordonnées polaires (Figure. II.7):

$$s = r e^{j\theta} \quad (31)$$

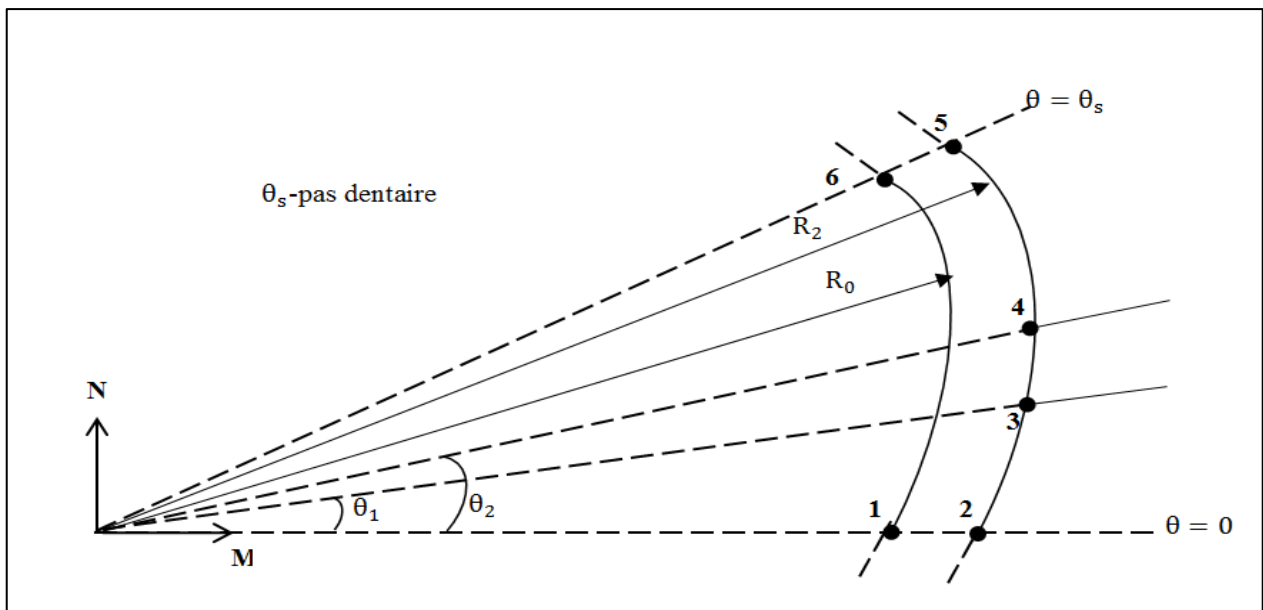


Figure II.7 Modèle d'une seule encoche de profondeur infinie dans le plan S

La première transformation conforme qui permet de transformer le plan S en coordonnées polaires au plan Z en coordonnées cartésiennes (Figure.II.8) est :

$$z = \ln(s) \quad (32)$$

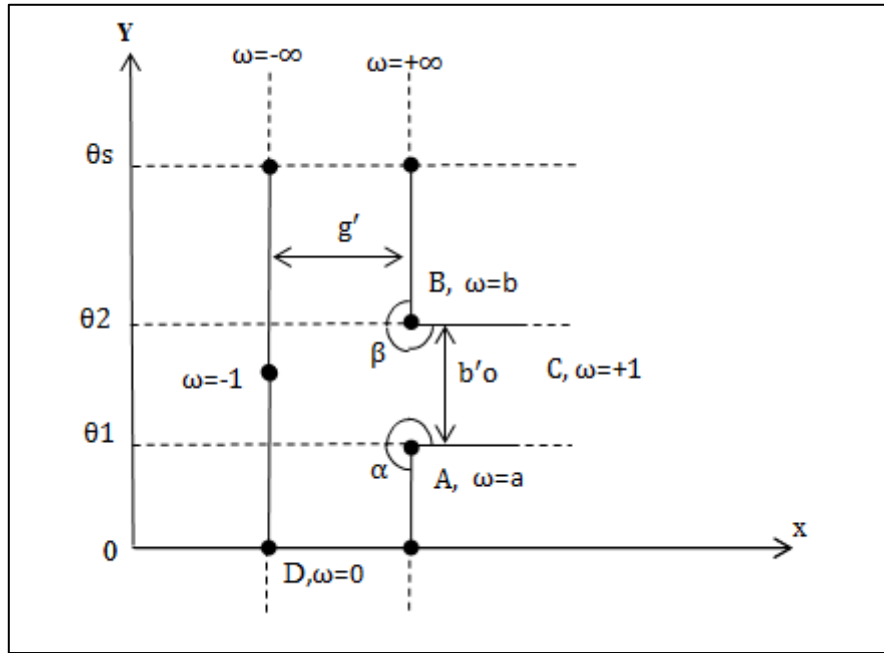


Figure II.8 Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan Z

La (2<sup>ème</sup>) transformation conforme complexe, qui est une transformation de Schwarz-Christoffel qui permet de transformer le pas dentaire du plan Z en un demi-plan infini et positif W (Figure.II.8), est :

$$z = j \frac{g'}{\pi} \left[ \ln \left| \frac{1+p}{1-p} \right| - \ln \left| \frac{b+p}{b-p} \right| - 2 \frac{b-1}{\sqrt{b}} \tan^{-1} \frac{p}{\sqrt{b}} \right] + C \quad (33)$$

Où  $p = \sqrt{\frac{w-b}{w-a}}$ ,  $C = \ln R_2 + j\theta_2$ ,  $g' = \ln \left( \frac{R_2}{R_0} \right)$ ,  $b = \left[ \frac{b'_0}{2g'} + \sqrt{\left( \frac{b'_0}{2g'} \right)^2 + 1} \right]^2$ ,  $a = \frac{1}{b}$  and  $b'_0 = \theta_2 - \theta_1$

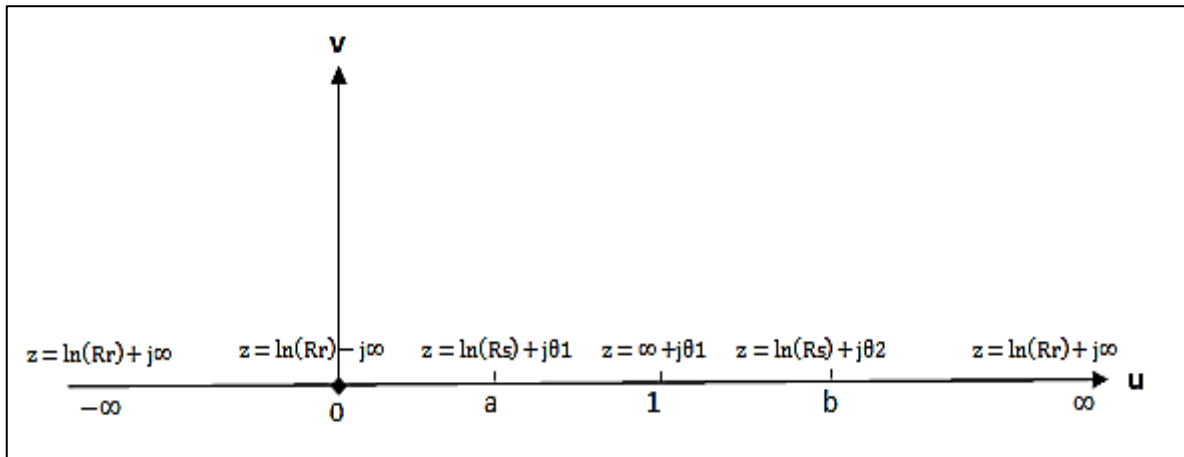


Figure II.9 Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan W

La 3<sup>ème</sup> transformation conforme qui permet de passer du plan W au plan T, qui représente deux plans infinis (Figure II.10), est

$$t = j \frac{g'}{\pi} \ln \omega + \ln R_2 + j \frac{\theta_s}{2} \quad (34)$$

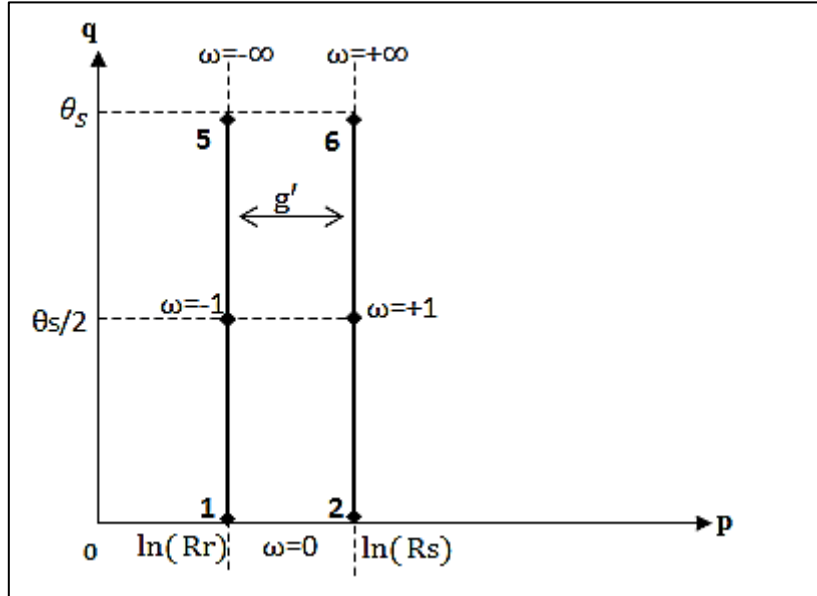


Figure II.10 Représentation de l'ouverture de l'encoche dans le plan T

La dernière transformation permet de transformer le plan T au plan K (Figure II.11) en coordonnées polaires par utilisation de :

$$k = R_2 e^{j(\frac{g}{\pi} \ln \omega + \frac{\theta_s}{2})} \quad (35)$$

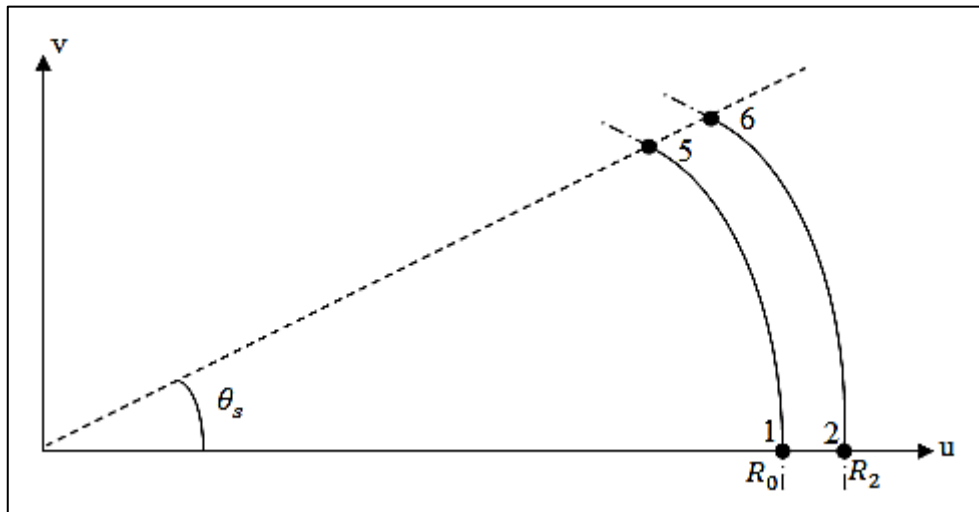


Figure II.11 Modèle d'une seule encoche dans le plan K

Les parties réelle (Figure II.12.a.b) et imaginaire (Figure II.13.a.b)) de la perméance relative  $\lambda$ , issues de l'Equation (30), sont :

$$\lambda_a = \lambda_0 + \sum_{n=1}^{N_\lambda} \lambda_{an} \cos(nQ_s \theta) \quad (36)$$

$$\lambda_b = \sum_{n=1}^{N_\lambda} \lambda_{bn} \sin(nQ_s \theta) \quad (37)$$

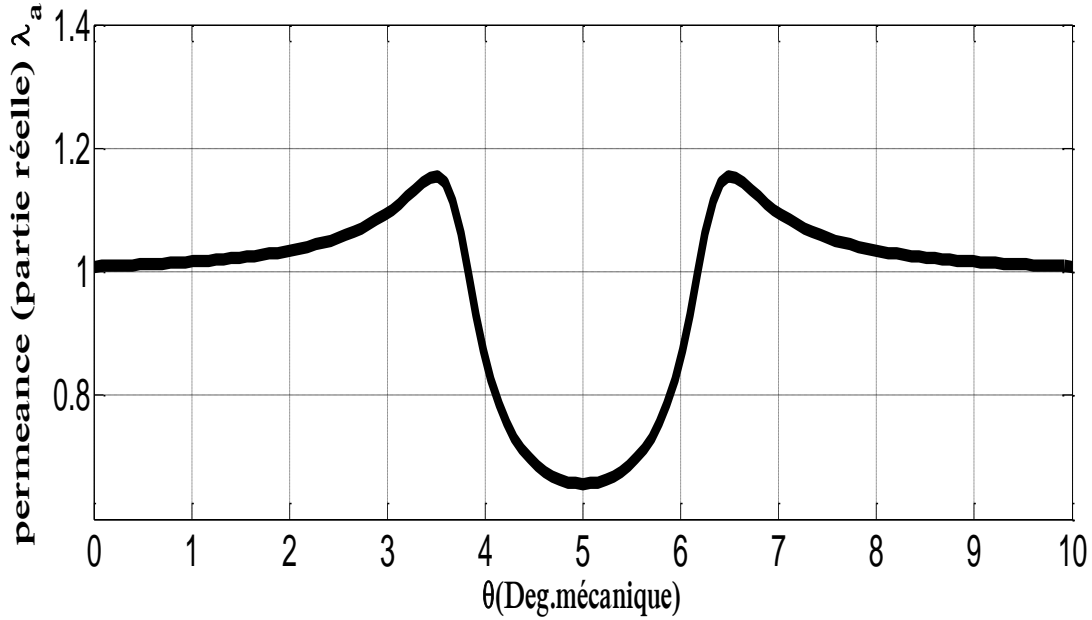


Figure II.12.a Parties réelle de la perméance relative complexe calculées

En  $r = R_2 - g/2$  pour un pas dentaire

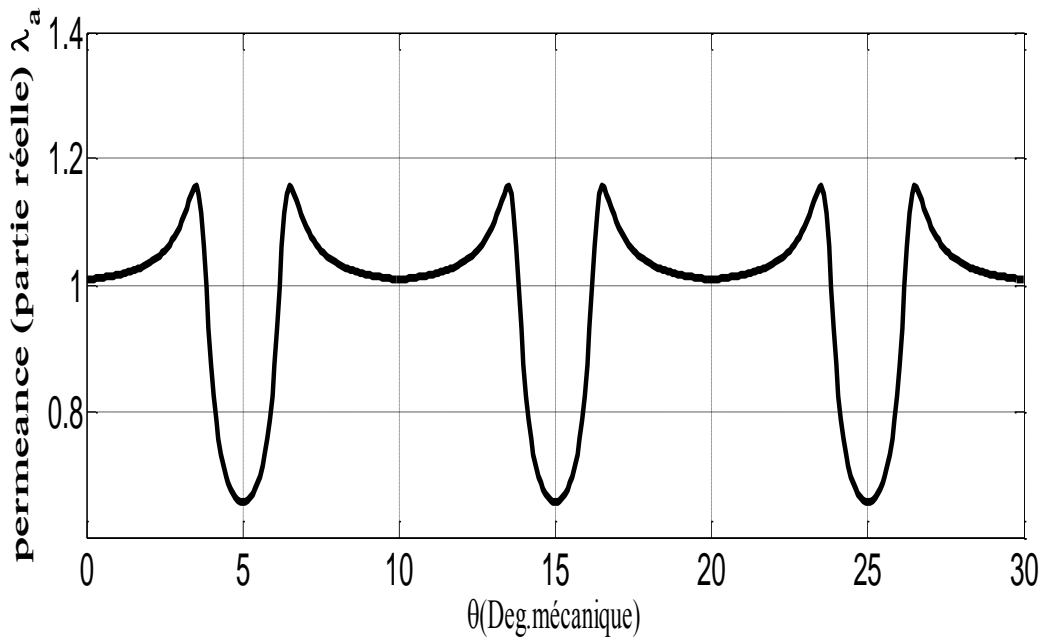
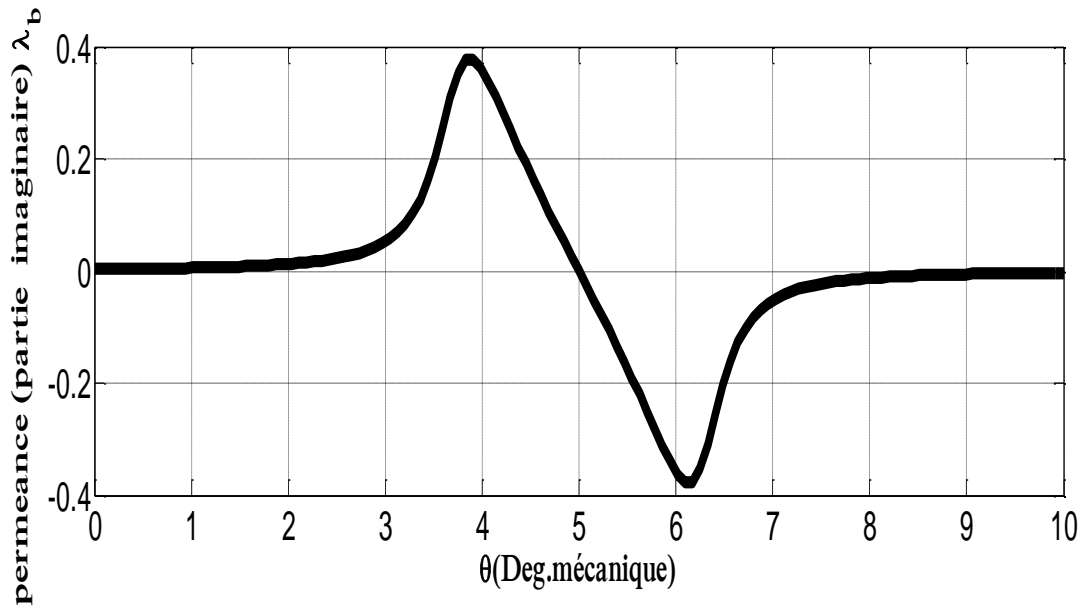


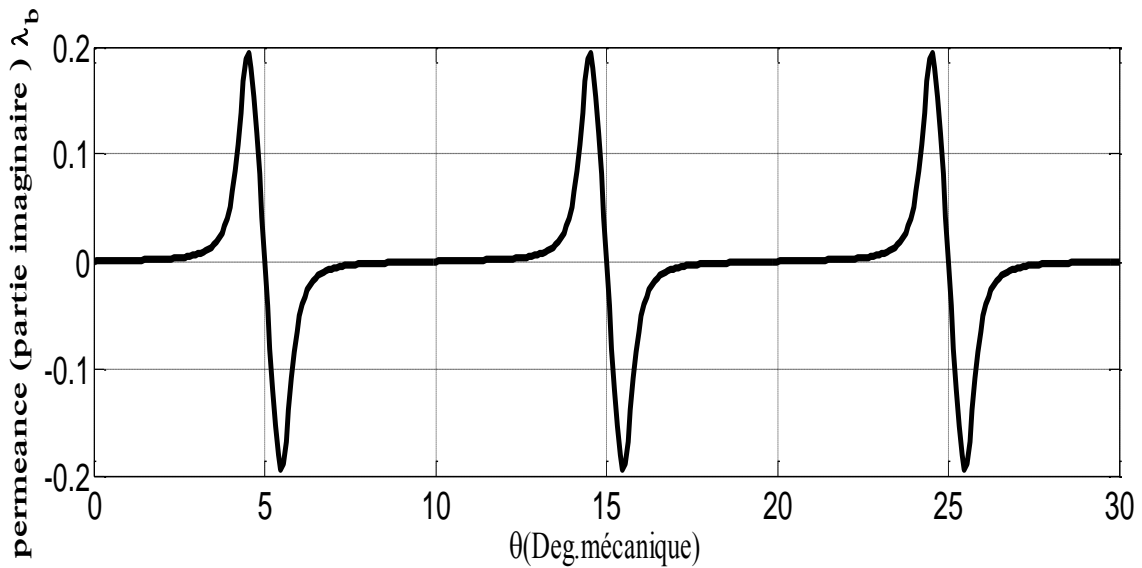
Figure II.12.b Parties réelle de la perméance relative complexe calculées

En  $r = R_2 - g/2$  pour un pas polaire



**Figure II.13.a Parties imaginaire de la perméance relative complexe calculées**

**En  $r = R_2 - g/2$  pour un pas dentaire**



**Figure II.13.b Parties imaginaire de la perméance relative complexe calculées**

**En  $r = R_2 - g/2$  pour un pas polaire**

A partir des équations (22), (23), (30), (36) et (37), les inductions radiale (Figure II.14) et tangentielle (Figure II.15) dans l'entrefer avec stator encoché s'en déduisent par :

$$B_{sr} = \text{Re}(B_k \lambda^*) = B_r \lambda_a + B_\theta \lambda_b \quad (38)$$

$$B_{s\theta} = \text{Im}(B_k \lambda^*) = B_\theta \lambda_a - B_r \lambda_b \quad (39)$$

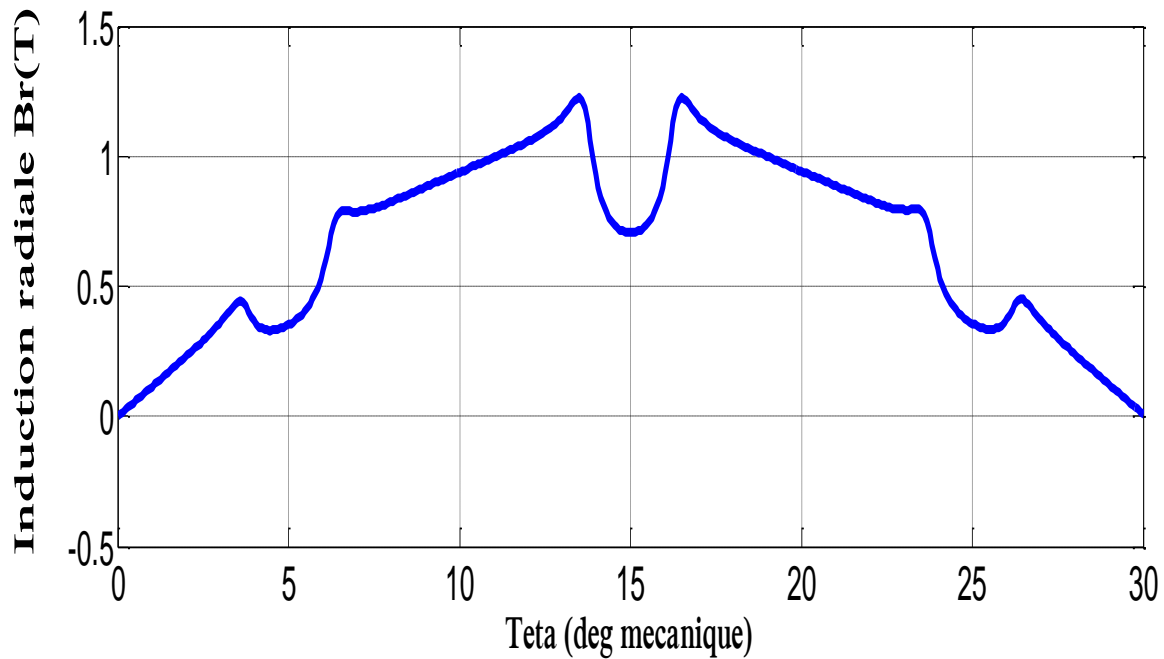


Figure II.14 la Forme d'onde de l'induction Radiale avec stator encoché calculées

En  $r = R2-g/2$  avec  $\beta = 2/3$

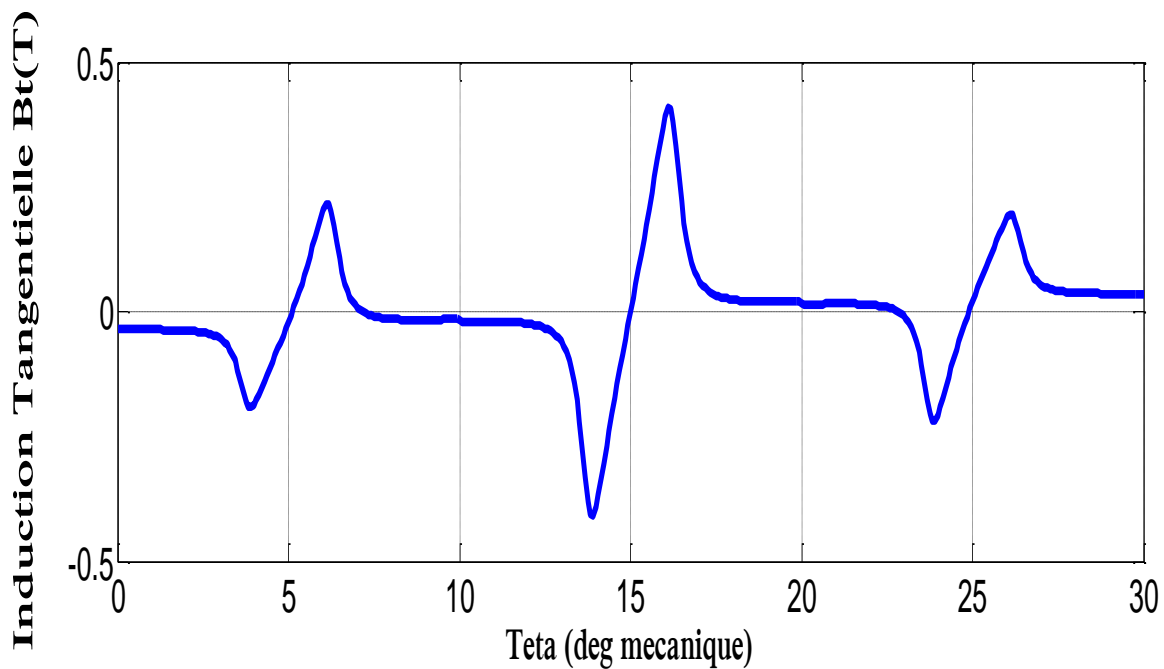


Figure II.15 la Forme d'onde de l'induction tangentielle avec stator encoché calculées

En  $r = R2-g/2$  avec  $\beta = 2/3$

### II.2.3. Calcul analytique du couple de détente

Le couple de détente dû à une seule encoche est calculé directement dans le plan W sans passer par une transformation SC inverse dans le plan S [10], en utilisant :

$$T_{slot} = \frac{l_a}{2\mu_0} \int_a^b |B_k|^2 \left| \frac{g'}{\pi} k^2 \frac{w-1}{w(w-a)^{\frac{1}{2}}(w-b)^{\frac{1}{2}}} \right| dw \quad (40)$$

Le couple de détente (Figure II.16) total, dû à toutes les encoches du stator, est exprimé par :

$$T_c = \sum_{k=1}^{Q_s} T_{slot} \quad (41)$$

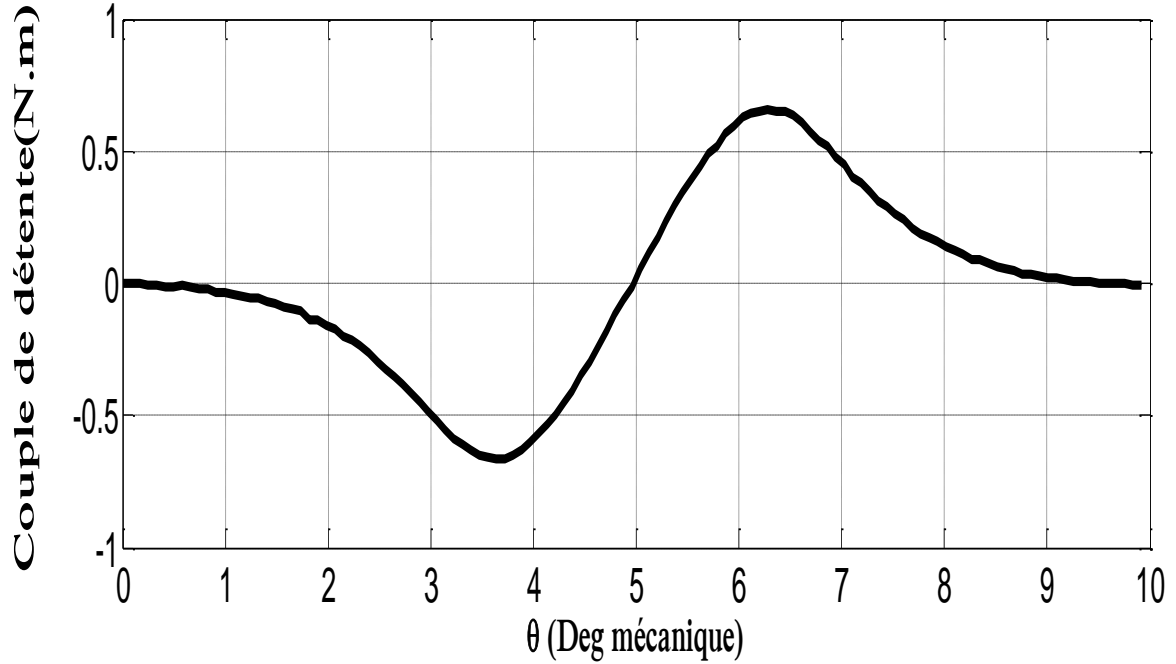


Figure II.16 Forme d'onde du couple de détente avec  $\beta = 2/3$

## II.2.4. Calcul analytique de la force électromotrice

En utilisant la loi de Faraday, la force électromotrice induite dans une phase du stator, est donnée par:

$$E_c(t) = -N \frac{d\phi_c(t)}{dt} \quad (42)$$

Sachant que le flux embrassé par la phase est exprimé par :

$$\phi_c(t) = L_u R \int_{-\frac{\gamma_c}{2}}^{\frac{\gamma_c}{2}} B_{sr}(r, \theta, t) dt \quad (43)$$

Où :  $\gamma_c = \gamma \frac{2\pi}{Q_s}$  avec  $\gamma$  le pas d'enroulement, et aussi le nombre d'encoches par section.

Et

$$\begin{aligned}
 B_{sr}(r, \theta, t) = & \sum_{n=1,3,5}^{\infty} B_{rn} \cos(np(\theta - \omega_{rm}t)) \left\{ \lambda_0 + \sum_{m=1,2,3}^{N_\lambda} \lambda_{am} \cos(m Q_s(\theta - \theta_{s0})) \right\} \\
 & + \sum_{n=1,3,5}^{\infty} B_{\theta n} \sin(np(\theta - \omega_{rm}t)) \sum_{m=1,2,3}^{N_\lambda} \lambda_{am} \cos(m Q_s(\theta - \theta_{s0}))
 \end{aligned} \quad (44)$$

Où  $\theta_{s0}$  prend 0 ou  $\frac{\pi}{Q_s}$ . Cette valeur dépend de la référence initiale de la perméance. L'expression du flux embrassé par une phase du stator est :

$$\begin{aligned}
 \phi_c(t) = L_u R \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left\{ \lambda_0 B_{rn} \frac{2}{np} \sin(np \frac{\gamma_c}{2}) + \sum_{m=1,2,3}^{N_\lambda} (B_{rn} \lambda_{am} - B_{\theta n} \lambda_{bm}) \frac{\sin\left(\left((np + m Q_s) \frac{\gamma_c}{2}\right)\right)}{np + m Q_s} A_m \right. \\
 \left. + \sum_{m=1,2,3}^{N_\lambda} (B_{rn} \lambda_{am} + B_{\theta n} \lambda_{bm}) \frac{\sin\left(\left((np - m Q_s) \frac{\gamma_c}{2}\right)\right)}{np - m Q_s} A_m \right\} \cos(np \omega_{rn} t)
 \end{aligned} \quad (45)$$

Si  $np = m Q_s$ , le terme  $\frac{\sin\left(\left((np - m Q_s) \frac{\gamma_c}{2}\right)\right)}{np - m Q_s}$  doit être remplacé par  $\frac{\gamma_c}{2}$  et

$$A_m = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta_{s0} = 0 \\ \cos(m\pi) & \text{si } \theta_{s0} = \frac{\pi}{Q_s} \end{cases}$$

Donc, l'expression finale de la force électromotrice par phase (Figure II.17.a.b.c) s'écrit comme suit :

$$E_{phase}(t) = -N_s k_{bn} \frac{d\phi_c(t)}{dt} \quad (46)$$

Avec :

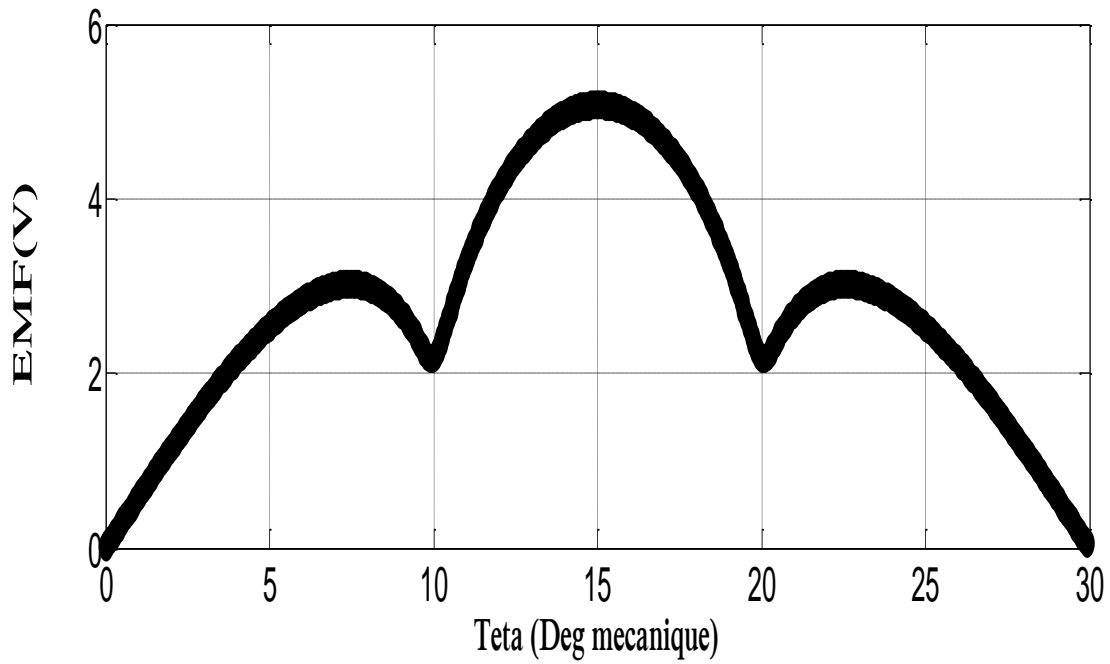
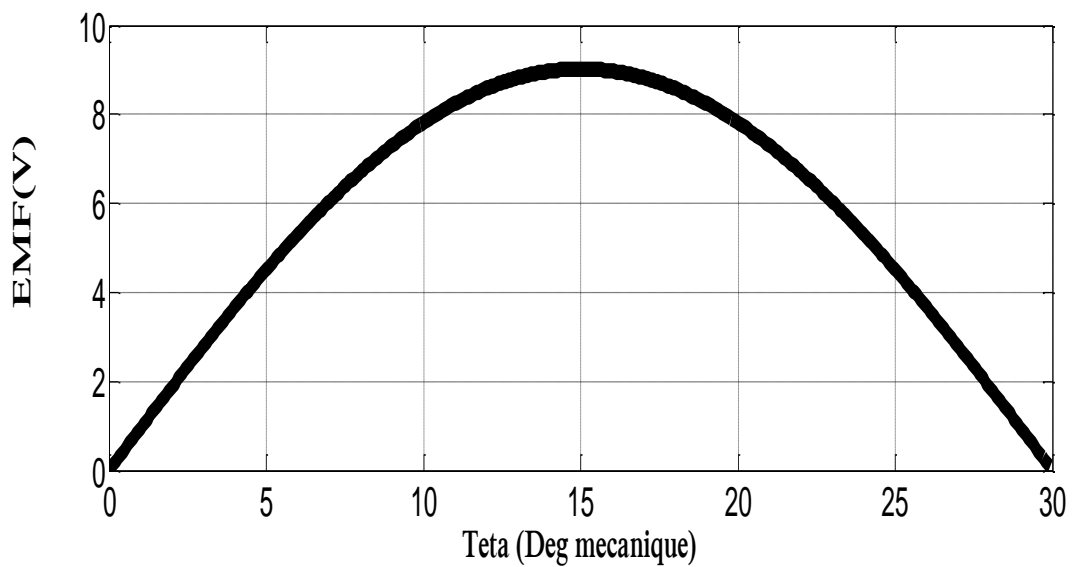
$$N_s \begin{cases} N \frac{Q_s}{6\alpha_p} & (1) \\ N \frac{Q_s}{3\alpha_p} & (2) \end{cases} \text{ pour un bobinage à une seule couche (1) et à deux couches (2)}$$

$\alpha_p$  : Représente le nombre de branches parallèles.

Le coefficient de bobinage  $k_{bn}$  est défini par  $k_{bn} = k_{fn} k_{dn} k_{rn} k_{in}$  [11], [12].

L'expression, suivante, de la FEM s'en déduit :

$$\begin{aligned}
 E_{phase}(t) = N_s \omega_{rm} L_u R \sum_{n=1,3,5}^{\infty} k_{bn} \left\{ \lambda_0 B_{rn} \frac{2}{np} \sin\left(np \frac{\gamma_c}{2}\right) \right. \\
 + \sum_{m=1,2,3}^{N_\lambda} (B_{rn} \lambda_{am} - B_{\theta n} \lambda_{bn}) \frac{\sin((np + mQ_s) \frac{\gamma_c}{2})}{np + mQ_s} A_m \\
 \left. + \sum_{m=1,2,3}^{N_\lambda} (B_{rn} \lambda_{am} + B_{\theta n} \lambda_{bn}) \frac{\sin((np - mQ_s) \frac{\gamma_c}{2})}{np - mQ_s} A_m \right\} \times \sin(n(p\omega_{rm}t - \alpha_0)) \quad (47)
 \end{aligned}$$


 Figure II.17.a la force électromotrice calculée analytiquement pour  $\beta=2/3$ 

 Figure II.17.b la force électromotrice calculée analytiquement pour  $\beta=3/3$

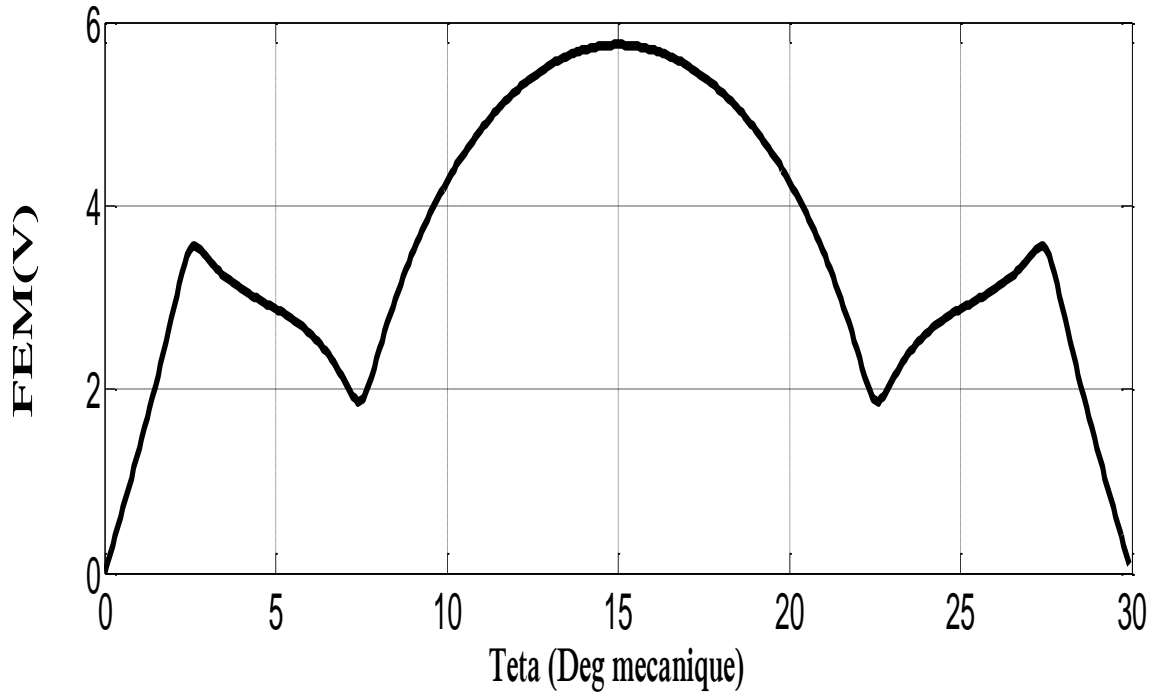


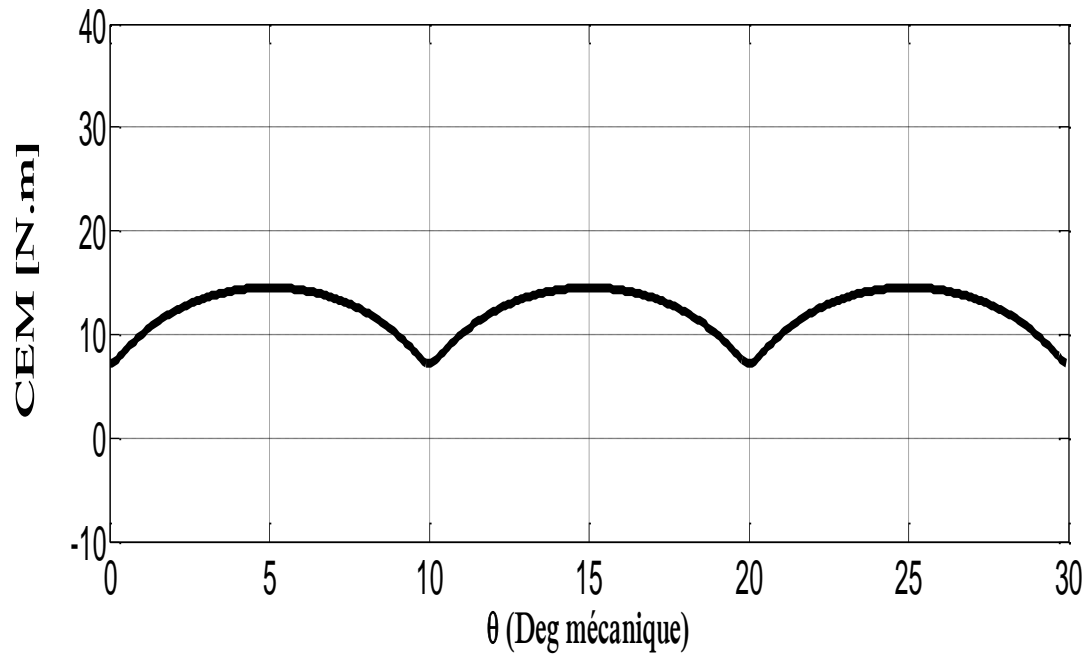
Figure II.17.c la force électromotrice calculée analytiquement pour  $\beta=5/6$

### II.2.5. Calcul analytique du couple électromagnétique

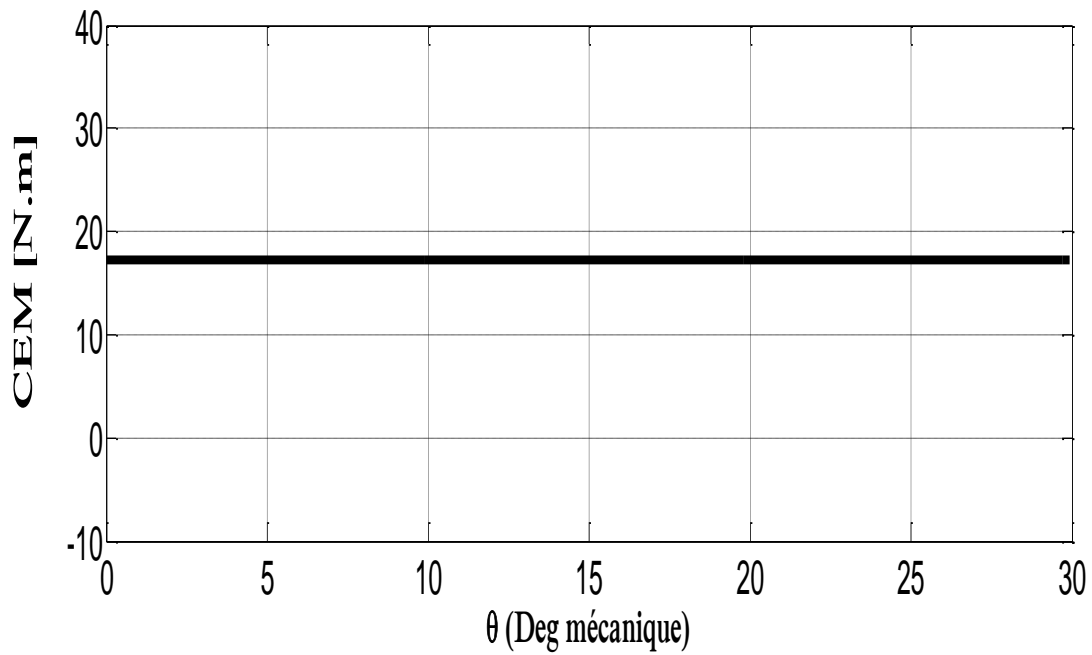
Le couple électromagnétique (Figure IV.18.a.b), développé par la machine en tenant compte de l'effet d'encoche avec une alimentation sinusoïdale et en utilisant l'expression de la puissance développée par les trois phases du stator, est donné par :

$$T_{em} = \frac{p}{\omega} \sum_{m=1}^3 e_m(t) i_m \quad (48)$$

Avec  $e_m(t) = [E_A(t) E_B(t) E_C(t)]$  et  $i_m(t) = \begin{bmatrix} I \cos(\omega t) \\ I \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ I \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$



**Figure II.18.a** Couple électromagnétique calculé analytiquement avec  
Alimentation sinusoïdale et  $\beta = 2/3$



**Figure II.18.b** Couple électromagnétique calculé analytiquement avec  
Alimentation sinusoïdale et  $\beta = 3/3$

## II.3. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développés un modèle analytique basé sur la résolution de l'équation de Poisson pour déterminer les inductions radiales et tangentielles dues aux aimants permanents aimantés sinusoïdalement en considérant le stator lisse. Ce modèle permet de tenir compte de l'ouverture des aimants sous un pôle contrairement au modèle de K. Holbach qui suppose l'ouverture des aimants égale au pas polaire. L'effet des encoches du stator sur la forme d'onde et l'amplitude des inductions radiale et tangentielle est introduit par une fonction perméance relative complexe issue de quatre transformations conformes analytiques dont la deuxième est issue de l'intégrale de Schwarz-Christoffel. Le couplage entre les deux modèles permet de déterminer avec une précision appréciable le couple de détente que ce soit par rapport à la forme d'onde ou à l'amplitude qui est très sensible aux formes d'ondes et amplitudes des inductions radiales et tangentielles. Le couple électromagnétique et la force électromotrice sont aussi déterminés en tenant compte de l'encoche du stator à travers des expressions analytiques. Dans cette étude, nous avons aussi mis en évidence l'influence du nombre de barreaux aimantés dans des directions inclinées sur la forme d'onde de l'aimantation radiale et tangentielle.

## **Chapitre III : Modélisation par éléments finis des machines à aimants permanents**

### III.1. Introduction

Dans ce 3ème chapitre, nous abordons la méthode des éléments finis. Le couplage des domaines statorique et rotorique lors de la rotation de ce dernier est assuré par l'introduction, dans le système d'équations à résoudre, des multiplicateurs de Lagrange [13]. Les conditions aux limites de type Dirichlet et d'anti-périodicité sont aussi introduites via les multiplicateurs de Lagrange [13].

### III.2. Calcul numérique par éléments finis des performances électromagnétiques

La résolution de l'équation de Poisson, qui régit la distribution du champ magnétique dans la machine, par éléments finis a été traitée par plusieurs chercheurs [3]- [6]-[14], [15]-[16] et [17]. Cette méthode est très performante pour déterminer avec une bonne précision les caractéristiques de la machine en tenant compte des différents paramètres physiques tels que la saturation du matériau et les courants induits. Le seul inconvénient est qu'elle est coûteuse en temps de calcul et est surtout utilisée dans une phase finale de conception. Le domaine d'étude (Figure III.1) est subdivisé en triangles du premier ordre (Figure III. 1(b) et 2) où l'inconnue (potentiel vecteur) est approchée par une interpolation polynomiale. Dans le code de calcul 2D élaboré, nous tenons compte de la non-linéarité du matériau ainsi que des courants induits. La rotation du rotor par rapport au stator est assurée sans remaillage du domaine d'étude par l'introduction, dans le système à résoudre, des conditions aux limites et d'interfaces par les multiplicateurs de Lagrange [13].

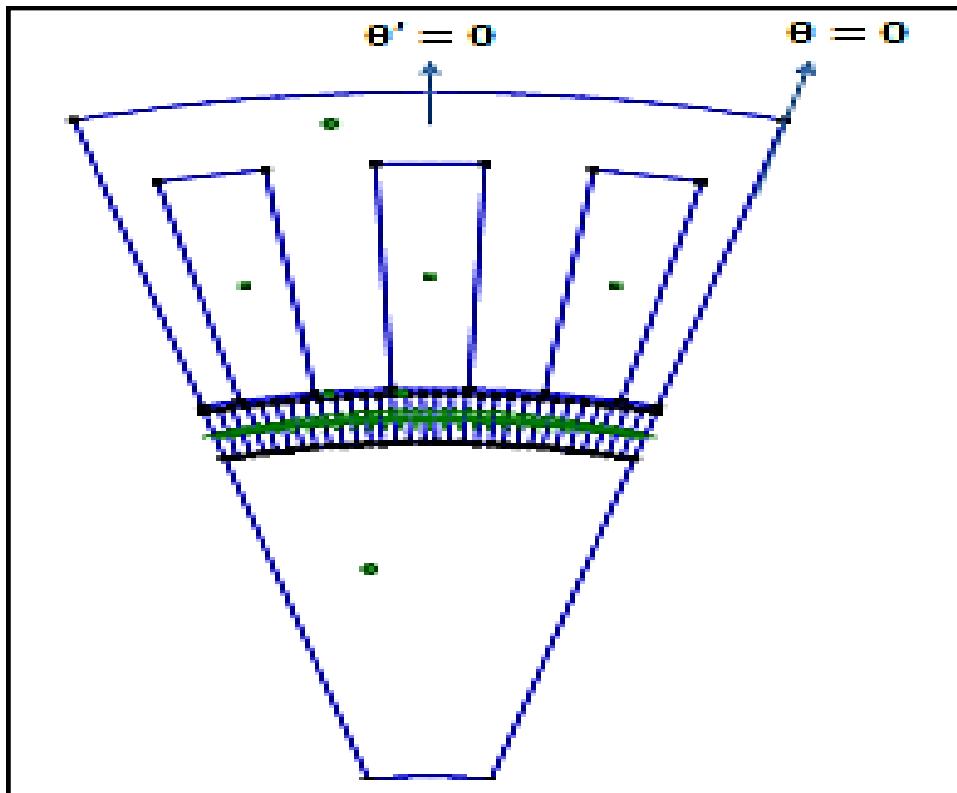


Figure III.1. (a) Structure étudiée

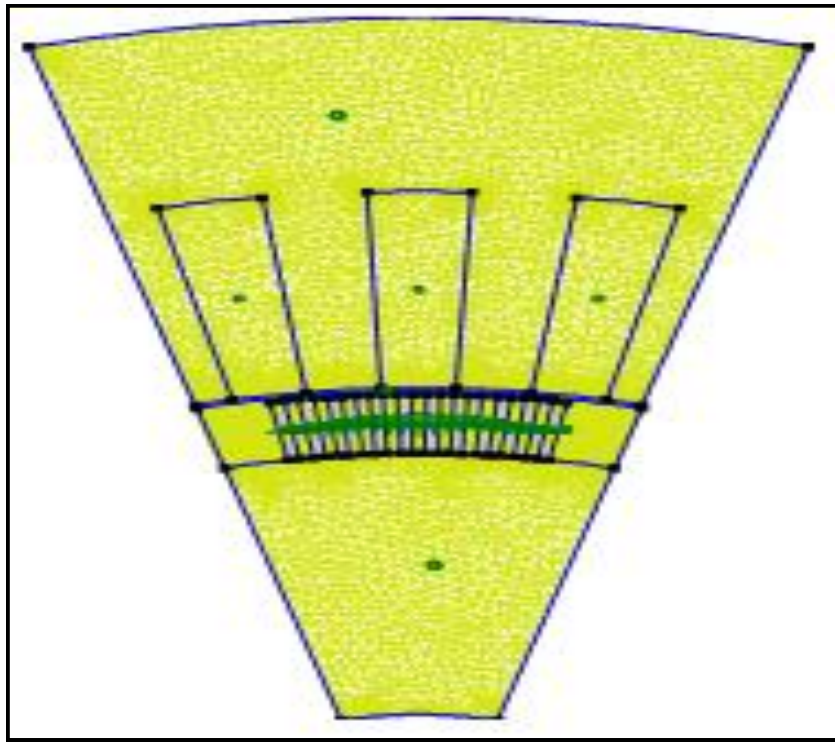


Figure III.1. (b) maillage par éléments finis triangulaires du 1er ordre

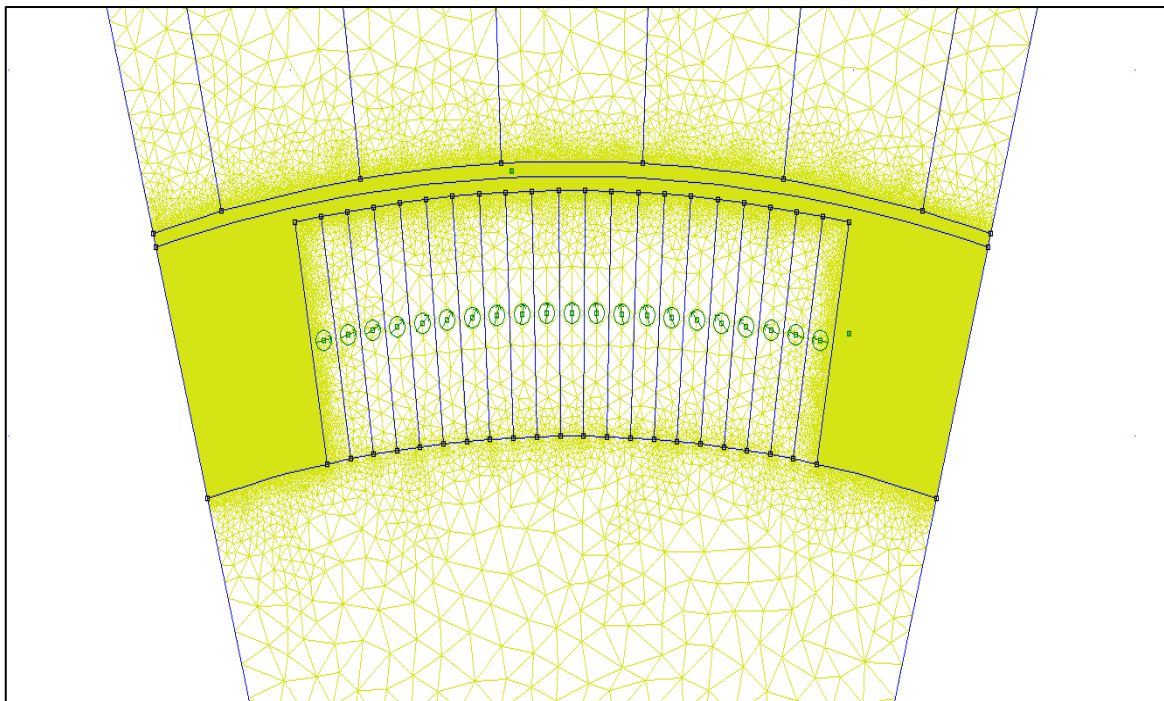


Figure III .2. Zooms sur le maillage de l'entrefer et de l'aimant

La relation qui lie les coordonnées, dans les deux domaines statorique et rotorique est donnée par l'expression :

$$x = x' + \Omega t \Leftrightarrow \left\{ \left[ x = \begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix} \right] = \left[ x' + \Omega t = \begin{pmatrix} r' \\ \theta' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega t \end{pmatrix} \right] \right\} \quad (1)$$

L'équation de Poisson, à résoudre par éléments finis dans le stator sachant que celui-ci ne présente pas de courants induits au vu son feuilletage, est :

$$\nabla \left( \frac{1}{\mu_s} \nabla a_s \right) + j = 0 \quad (2)$$

Dans le domaine élémentaire, qui est un triangle du 1er ordre et sous forme matricielle, l'Equation (2) devient :

$$\sum_e V_e [S_e] \{A_s(t)\}_e = [Q_s]_e \{J\}_e \quad (3)$$

$$\text{Avec : } [S_e] = \Delta_e [D]^T [D], [Q_s]_e = \frac{\Delta_e}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } [D] = \frac{1}{2\Delta_e} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix}$$

Dans le domaine du rotor, en tenant compte des courants induits et de la saturation du matériau et en utilisant un modèle Ampérien pour les aimants, l'équation à résoudre est :

$$\nabla \left( \frac{1}{\mu_r} \nabla a_r \right) - \sigma_r \frac{\partial a_r}{\partial t} + j_s = 0 \quad (4)$$

Sous forme matricielle et dans le domaine élémentaire, cette équation est ramenée à :

$$\sum_e V_e [S_e] \{A_r(t)\}_e + \sigma_e [T_e] \left\{ \frac{\partial A_r(t)}{\partial t} \right\}_e = [Q_r]_e \{J_s\}_e \quad (5)$$

$$\text{Avec } [Q_r]_e = \frac{l_e}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ dans le cas d'une aimantation radiale, et } J_s = \pm \frac{B_r}{\mu} \frac{r_m}{r}$$

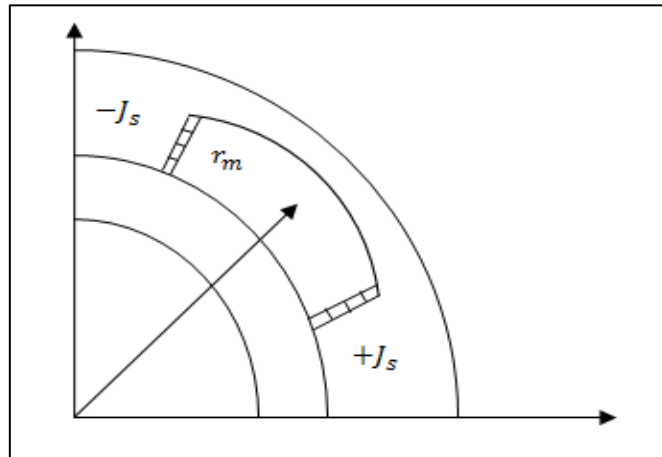


Figure III.3 Représentation du modèle ampérien d'un aimant radial

$$[T_e] = \frac{\Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Dans l'Equation (4), les sources du champ magnétique créé par les aimants sont des densités de courant équivalentes à l'aimantation des aimants permanents (Figure III.3). Pour cela, chaque bloc d'aimant est modélisé par des courants superficiels répartis soit radialement soit tangentiellement avec

$$\vec{J}_S^i = \vec{M}^i \times \vec{n} \quad (7)$$

Dans l'espace-temps, nous avons utilisé le schéma implicite d'Euler ( $\beta = 1$ ). L'algorithme d'Euler repose sur l'approximation suivante [19]:

$$\beta \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right\}^{t+\Delta t} + (1 + \beta) \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right\}^t = \frac{\{A\}^{t+\Delta t} - \{A\}^t}{\Delta t} \quad (8)$$

Pour tenir compte de la saturation (Figure III.4) des matériaux utilisés au stator et au rotor, la méthode de substitution successive peut être utilisée. Sa mise en œuvre est aisée alors que sa convergence est lente [18]. Ceci conduit souvent à des temps de calcul importants. Généralement, c'est la méthode de Newton-Raphson qui est adoptée dans la littérature [19]. La convergence de cette dernière est quadratique si la solution de départ est proche de la solution exacte. Supposons que la réluctivité magnétique  $v$  est une fonction lissée du carré de l'induction magnétique  $B$ , le système (3 et 5) peut être linéarisé grâce à la procédure de Newton-Raphson.

Les systèmes d'équations (3) et (5), après assemblage, peuvent se mettre sous la forme :

$$[K]_{k+1}^{t+\Delta t} \{\Delta A\}_{k+1}^{t+\Delta t} = \{R\}_{k+1}^{t+\Delta t} \quad (9)$$

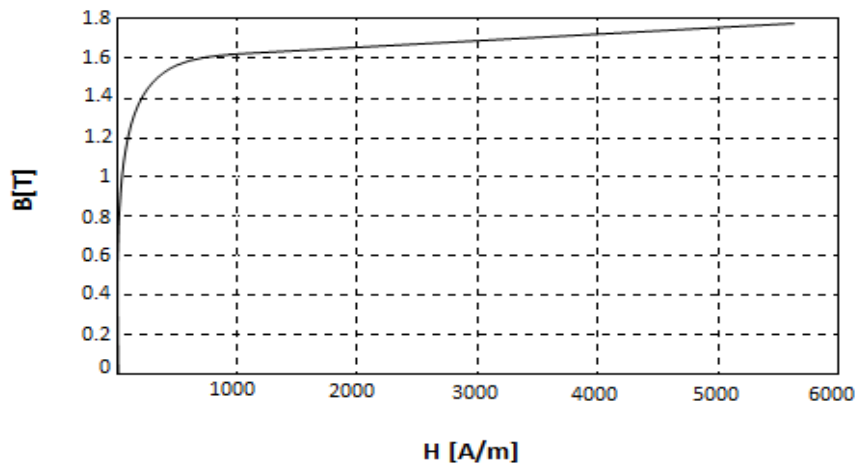


Figure III. 4 Courbe B(H) du matériau stator et au rotor [12]

Avec la matrice de rigidité résultante égale à :

$$[K]_{k+1}^{t+\Delta t} = \left[ [G] + \frac{\sigma[T]}{\Delta t} \right] \quad (10)$$

Et le second membre de l'Equation (9) qui représente les sources (aimants et courants statoriques) on a :

$$\{R\}_{k+1}^{t+\Delta t} = -V_k^{t+\Delta t} [S] \{A\}_k^{t+\Delta t} - \frac{\sigma[T]}{\Delta t} A_k^{t+\Delta t} + \frac{\sigma[T]}{\Delta t} \{A\}^t + [Q] \{J\}^{t+\Delta t} \quad (11)$$

Où  $[G] = V_k^{t+\Delta t} [S] + \frac{2}{\Delta_e} \frac{\partial v}{\partial B^2} ([S] \{A_k^{t+\Delta t}\}) ([S] \{A_k^{t+\Delta t}\})'$

Les itérations de Newton Raphson et d'Euler, sur le potentiel vecteur sont exprimées, par la relation suivante :

$$\{A\}_{k+1}^{t+\Delta t} = \{\Delta A\}_{k+1}^{t+\Delta t} + \{A\}_k^{t+\Delta t} \quad (12)$$

Le terme J représente la densité de courant dans le stator qui est fonction des coordonnées x' (Figure III.5).

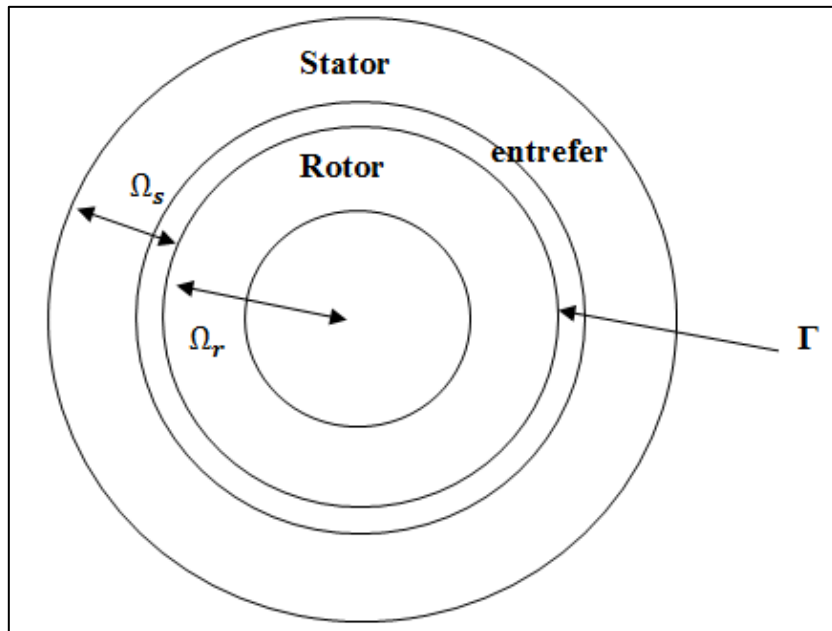


Figure III. 5 Subdivision du domaine d'étude

Dans le contexte éléments finis, les systèmes d'équations au stator et au rotor (3) et (9) peuvent se mettre respectivement sous la forme suivante :

$$\{K_r\}[A_r] = [R_r] \quad (13)$$

$$\{K_s\}[A_s] = [R_s] \quad (14)$$

Pour résoudre les deux systèmes d'équations (13) et (14), qui représentent les deux domaines séparés du rotor et du stator, un couplage entre les deux domaines doit se faire et les conditions aux limites et de passage pour chaque domaine doivent être introduites. Les conditions de couplage sont :

$$a_s(\theta, t) = a_r(\theta', t) \quad (15)$$

$$\frac{1}{\mu_s} \frac{\partial a_s(\theta, t)}{\partial n} = \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial a_r(\theta', t)}{\partial n} \quad (16)$$

### III.2.1. Couplage stator-rotor

Le couplage du stator et du rotor, qui sont maillés séparément et sans besoin de remaillage à chaque pas de rotation, est assuré par l'introduction des multiplicateurs de Lagrange dans le système d'équations à résoudre comme suit [13]:

$$\begin{bmatrix} K_s & 0 & I^t \\ 0 & K_r & C^t \\ I & C & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_s \\ A_r \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_s \\ R_r \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

Pour les rotations du rotor multiples du pas du maillage, la matrice [C] est constituée du nombre -1, 1 et 0. Pour les angles de rotation non réguliers par rapport au pas du maillage, chaque nœud appartenant à  $\Gamma$  est couplé aux nœuds appartenant aux triangles adjacents en introduisant dans le système d'équations les contraintes suivantes :

$$A_r^i = \frac{z_i - z_k}{z_j - z_k} A_s^j + \frac{z_i - z_j}{z_k - z_j} \quad (18)$$

Où  $z_i, z_j$  et  $z_k$  sont les angles des nœuds i, j and k.

L'Equation (18) est compatible avec la fonction de forme de la méthode des éléments finis évaluée en chaque nœud de l'interface  $\Gamma$ .

### III.2.2. Conditions d'anti-périodicité

Les conditions de périodicité ou d'anti-périodicité peuvent être introduites de la même manière. Dans les systèmes d'équations du stator et du rotor, nous introduisons les équations suivantes :

$$\{A_{sa1}\} = [C_{sa}]\{A_{sa2}\} \quad (19)$$

$$\{A_{ra1}\} = [C_{ra}]\{A_{sa2}\} \quad (20)$$

Où  $\{A_{sa1}\}, \{A_{sa2}\}, \{A_{ra1}\}$  et  $\{A_{sa2}\}$  sont les potentiels des nœuds anti-périodiques (périodiques) du stator et du rotor.

Les matrices  $[C_{sa}]$  et  $[C_{ra}]$  sont une combinaison des nombres 1 et 0 dans le cas de l'anti-périodicité.

### III.2.3. Conditions de Dirichlet

Dans le calcul du potentiel vecteur magnétique, dans la machine à partir l'équation de Poisson en considérant seulement un pôle, les surfaces externe et interne du domaine d'étude doivent satisfaire la condition de Dirichlet avec un potentiel nul.

$\{A_{sd}\} = 0$ ,  $\{A_{rd}\} = 0$  seront introduits dans les matrices de rigidité rotorique et statorique respectivement à travers :

$$[C_{rd}]\{A_{rd}\} = [S] \quad (21)$$

$$[C_{sd}]\{A_{sd}\} = [S] \quad (22)$$

Où  $\{S\} = 0$  et  $[C_{rd}]$ ,  $[C_{sd}]$  sont une combinaison des nombres 1 et 0.

### III.2.4. Calcul des inductions

Les composantes  $B_x$  et  $B_y$  du vecteur induction magnétique  $\vec{B}$  au niveau de chaque élément peuvent être obtenues par simple dérivation de l'expression du potentiel vecteur dans cet élément, soit :

$$B_x^e = + \frac{\sum_1^3 R_i A_i}{2\Delta_2} \quad (23)$$

$$B_y^e = + \frac{\sum_1^3 Q_i A_i}{2\Delta_2} \quad (24)$$

Ces deux composantes étant constantes, le module  $B$  du vecteur induction magnétique est constant sur toute la surface de l'élément, soit :

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (25)$$

De ce fait, les composantes radiales et tangentielles de l'induction sont exprimées par :

$$B_r^e = B_x^e \cos \theta_e + B_y^e \sin \theta_e \quad (26)$$

$$B_\theta^e = -B_x^e \sin \theta_e + B_y^e \cos \theta_e \quad (27)$$

### III.2.5. Calcul des flux

Le flux dans une encoche est calculé à partir de la moyenne du potentiel vecteur sur cette encoche en utilisant l'expression suivante :

$$A_{moy} = \frac{1}{S_k} \int_{S_k} A dS \quad (28)$$

L'intégrale est calculée élément par éléments

$$\varphi_k = N_{enc} A_{moy} S_e \quad (29)$$

$N_{enc}$  Représente la densité de conducteurs par encoche :

$$N_{enc} = \frac{N}{S_e} \quad (30)$$

### III.2.6. Calcul du couple

Le couple de détente ( $T_c$ ) et le couple électromagnétique ( $T_{em}$ ) se calculent soit en utilisant l'intégrale du tenseur des contraintes de Maxwell à partir des expressions suivante :

$$T_c = \frac{2Pl_a r^2}{\mu_0} \int_0^{\frac{\pi}{p}} B_r B_\theta d\theta \quad (31)$$

$$T_{em} = 2pL_u r^2 \sum_{i=1}^{N_{el}} H_t B_r \quad (32)$$

Soit en utilisant le rapport entre la variation de l'énergie magnétique par rapport à celle de la variation de la position du rotor.

$$T = - \frac{\partial W_{mag}}{\partial \theta} \quad (33)$$

Où

$$W_{mag} = \frac{1}{2\mu} \int_V B B dv \quad (34)$$

$W_{mag}$  Est la somme des énergies élémentaires suivantes :

$$W^e = \frac{1}{2\mu} \int_{S^e} B B dS = \frac{|B_e|^2 S_e}{2\mu^e} \quad (35)$$

### III.2.7. Calcul de la force électromotrice

La force électromotrice est calculée directement en utilisant la loi de Faraday ou indirectement en utilisant le calcul des couples (électromagnétique et de détente). Cette dernière méthode sera utilisée en raison de sa simplicité. En effet, avec cette dernière méthode, le calcul du couple électromagnétique ( $T_{stat_i}$ ) est effectuée pour une seule phase alimentée par un courant constant  $I$  et, la fem par phase s'en déduit à partir de l'expression suivante :

$$e_i = \frac{T_{stat_i} - T_c}{I} \omega_r \quad (36)$$

Les pertes par effet Joule dans les matériaux conducteurs du rotor sont évaluées en calculant l'intégrale suivante:

$$P_{ji} = L_u \iint_{\Omega_r} \sigma_r \left( \frac{A_r(t+\Delta t) - A_r}{\Delta t} \right)^2 dx dy \quad (37)$$

### III.3. Présentation de l'outil de calcul utilisé

Nous avons défini précédemment une méthode théorique de calcul numérique de la machine synchrone à aimants permanents. Nous définissons dès cette partie, l'outil de calcul utilisé lors des différentes simulations dans ce mémoire.

Les calculs dans ce mémoire, sont effectués à l'aide d'un logiciel 2D basé sur la méthode des éléments finis désigné par FEMM (Finité Elément Méthode Magnetics) [8]. Comme tous les logiciels employés pour des problèmes d'éléments finis en deux dimensions sont articulés en trois axes appelés "pré-processeur", "processeur" et "post-processeur". A ces trois axes, il est possible d'ajouter le "mailleur", qui peut être externe au logiciel. Il est associé au processeur.

Dans le but de pouvoir modifier à notre guise les paramètres de la machine pour voir leur influence. FEMM, ne nous donne pas cette opportunité, par contre, il nous donne la possibilité de le commander par des programmes extérieurs. Nous définirons alors le post et le pré processeur à l'aide du langage LUA, qui est dérivé du langage C++. Le script LUA est une partie de programme directement interprétée par FEMM, contenant des fonctions propres au logiciel FEMM. Avec ce script nous pouvons aisément de configurer et de piloter FEMM.

#### III.3.1. Pré-processeur

Cet élément permet de définir la machine d'études à savoir :

- dessiner la géométrie de la machine avec des arcs ou des segments de droite
- définition du problème à savoir la nature du problème à résoudre (la fréquence, l'unité des grandeurs géométriques, la précision de calcul). Nous pouvons également définir la finesse du maillage.
- introduction des caractéristiques des différentes régions géométriques de la structure (propriétés magnétiques des matériaux)
- définitions des circuits de la structure. Cette partie nous donne aussi la possibilité d'introduire le nombre de spires dans les bobinages ainsi que la valeur des courants
- introduction des conditions aux limites
- introductions des courbes de saturations dans le cas où elle est prise en compte.

### III.3.2. Le processeur

Cet élément effectue la résolution du problème défini sur chaque élément de maillage en effectuant des itérations jusqu'à atteindre la précision imposée au pré-processeur. En chaque élément, le potentiel vecteur est connu et à partir de là, les autres grandeurs sont déduites.

### III.3.3. Le post-processeur

Une fois les résultats sont déterminés par le processeur, le post-processeur nous permet de les visualiser et récupérer les valeurs des grandeurs désirées (les flux d'encoches, les valeurs de l'énergie, couples...) sous forme de fichiers numériques

Un programme MATLAB, nous donne la possibilité d'exploiter les fichiers obtenus avec le post-processeur et calculer les grandeurs utiles pour l'étude de la machine (couple de détente, couple électromagnétique, FEM, taux d'ondulation du couple...)

## III.4. validation par éléments finis de résultats obtenus par la méthode analytique

Dans cette partie, les résultats issus du modèle analytique que nous avons développé sont confrontés aux résultats obtenus à partir du calcul par éléments finis sur (la Figure III.6et7), nous représentons successivement le maillage par éléments finis triangulaires de la structure étudiée et la carte du champ magnétique créée par les aimants dans les deux cas :stator lisse et stator encoché.au niveau des formes d'ondes des inductions radiale et tangentielle pour les deux types de stator (Figure III.8et9) on observe une bonne concordance sous les mêmes hypothèses .les inductions (Figure III.8) sont obtenues analytiquement en utilisant les inductions avec un stator lisse (Figure III.8).Une validation expérimentale est aussi effectuée en ce qui concerne la force électromotrice. La machine étudiée, qui est prévue pour une alimentation sinusoïdale par un onduleur de tension contrôlé en courant.

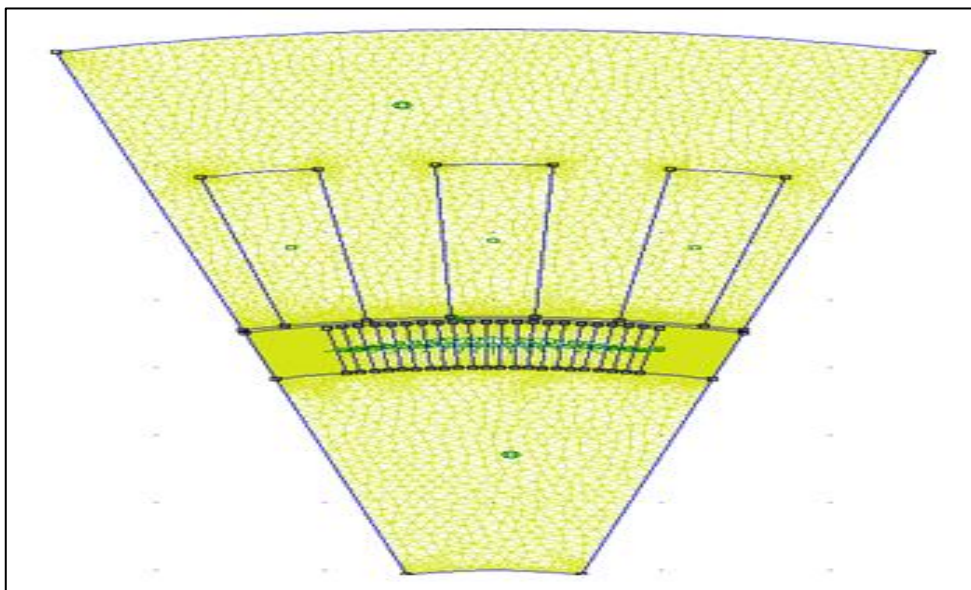


Figure III.6 a) Maillage par éléments finis

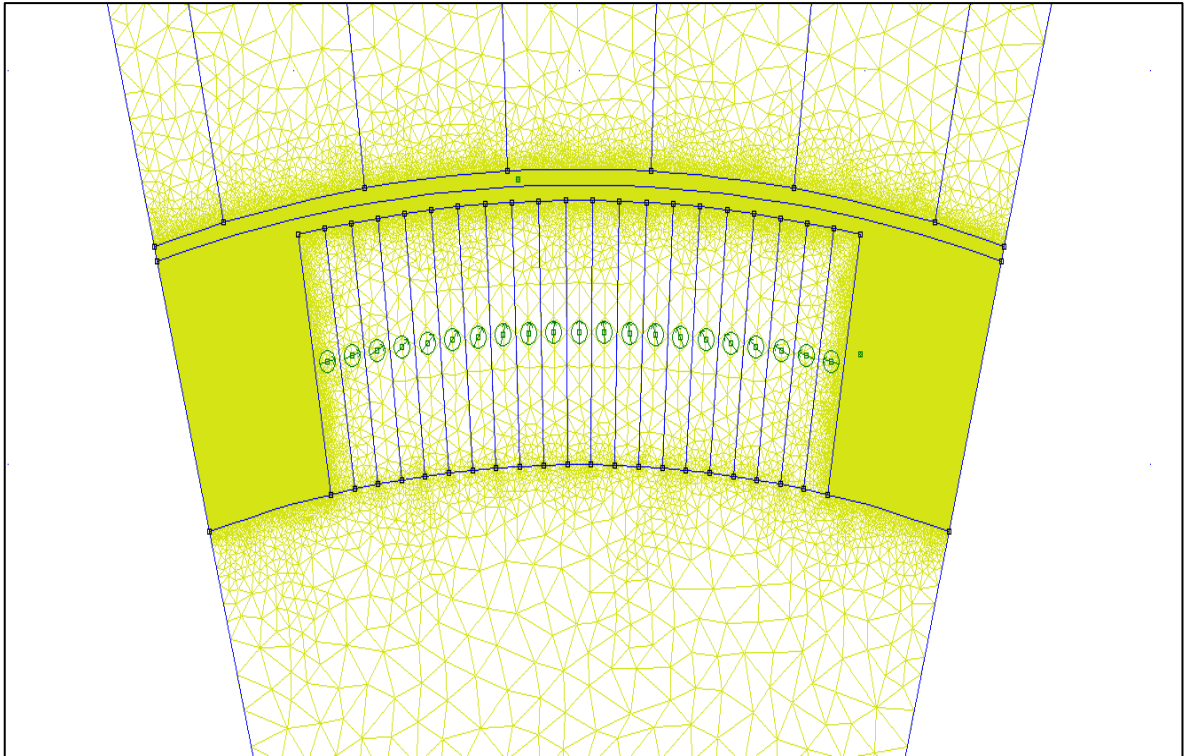


Figure III.6 b) zoom de l'entrefer

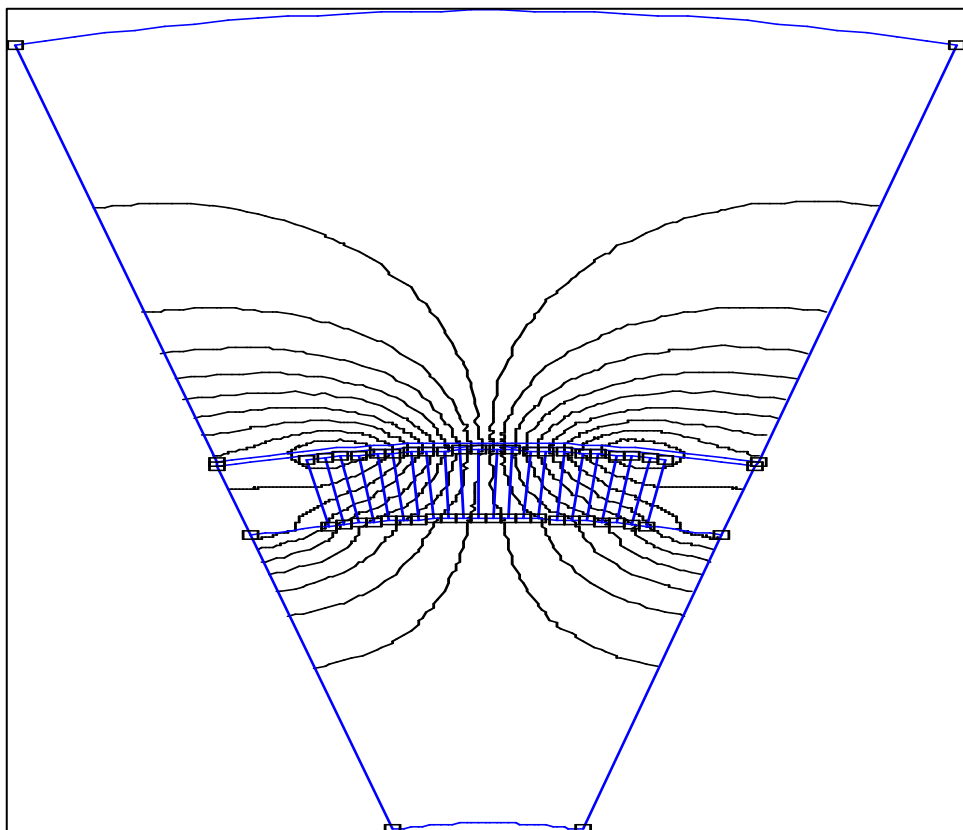


Figure III.7(a) Distributions de la ligne du champ magnétique stator lisse

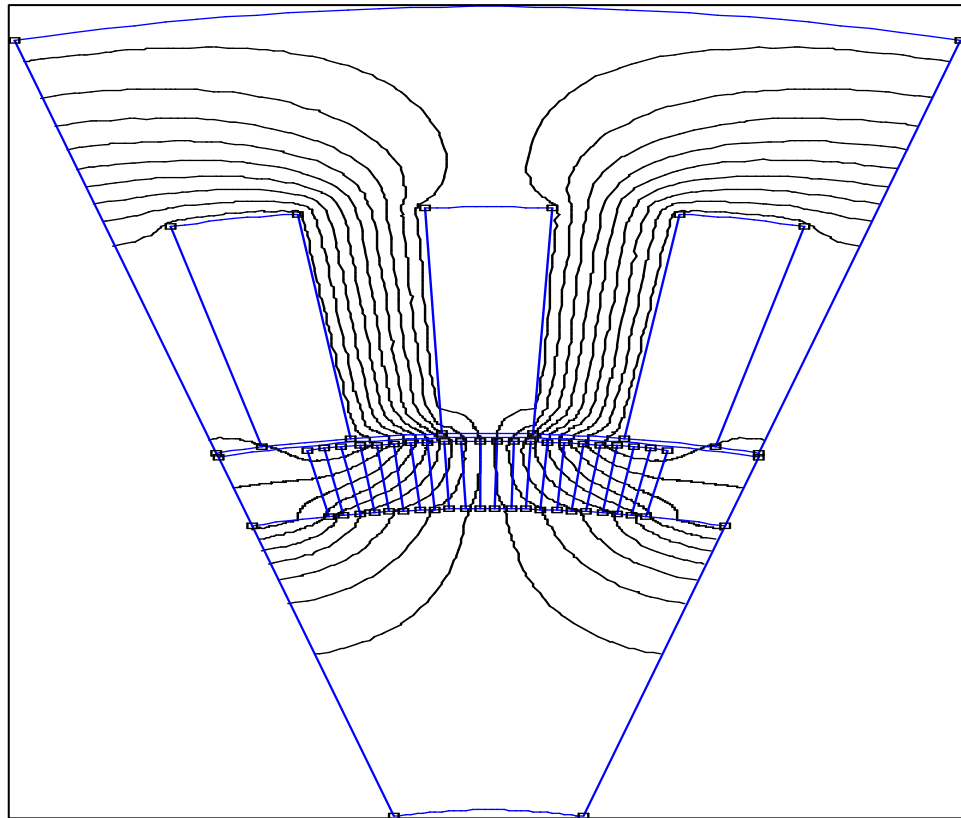


Figure III.7(b) Distributions de la ligne du champ magnétique stator encoché

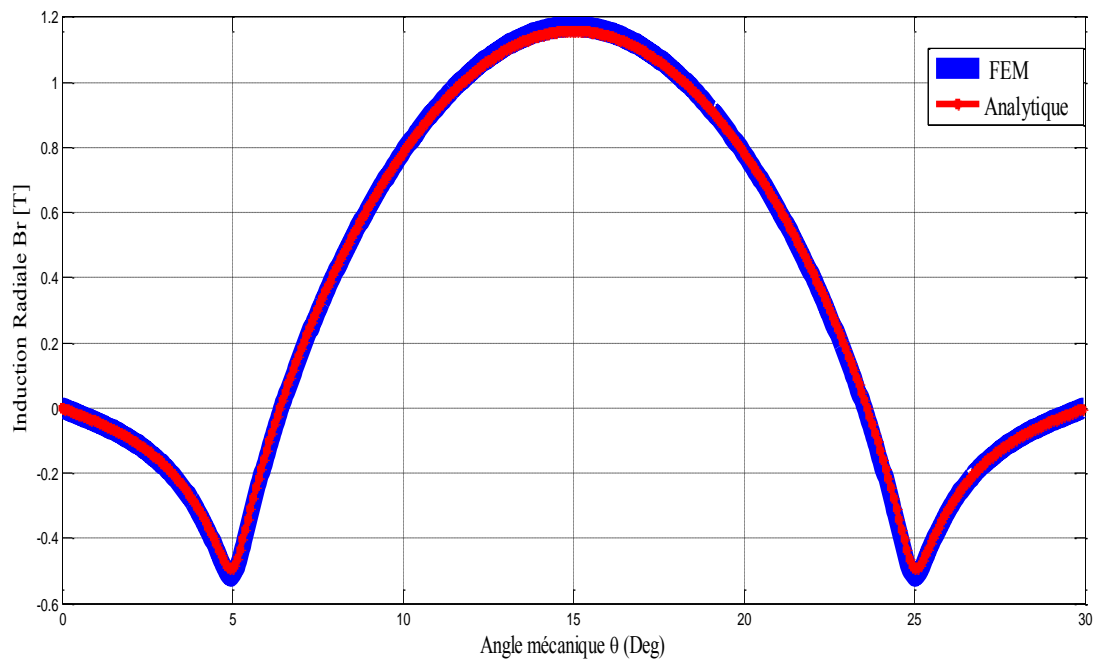


Figure III.8 (a) Composantes Radiale  $B_r$  (a) de l'induction avec stator lisse calculées en  $r = R_2 - g/2$  pour  $\beta = 2/3$

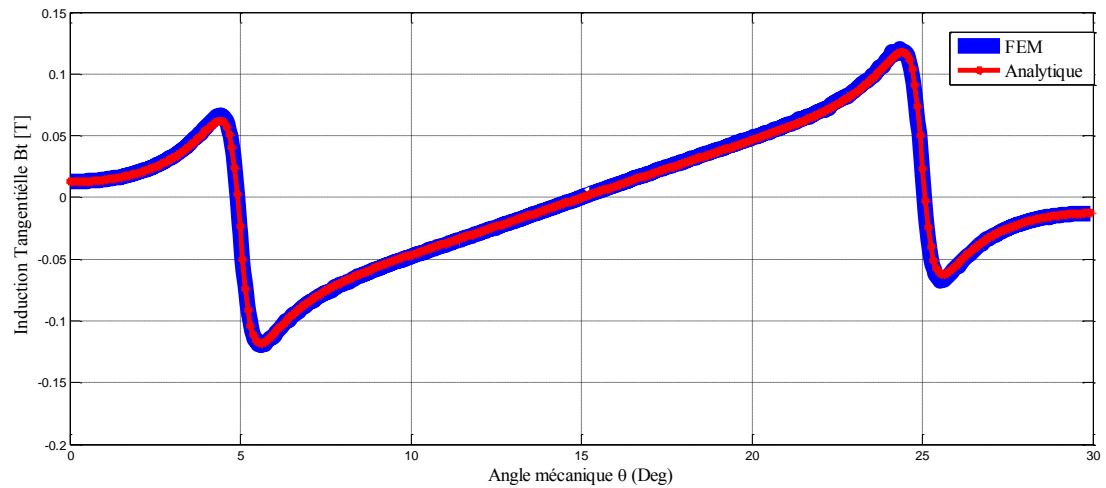


Figure III.8 (b) Composantes tangentielle  $B_t$  (a) de l'induction avec stator lisse calculées en  $r = R_2 - g/2$  pour  $\beta = 2/3$

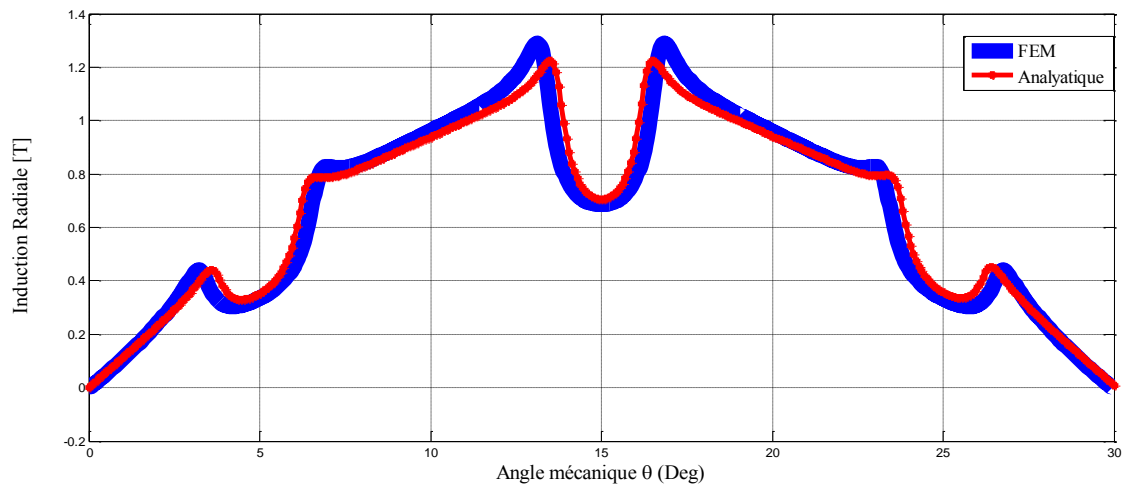


Figure IV.9 a) Composantes Radiale  $B_r$  de l'induction avec stator encoché calculées en  $r = R_2 - g/2$  avec  $\beta = 2/3$

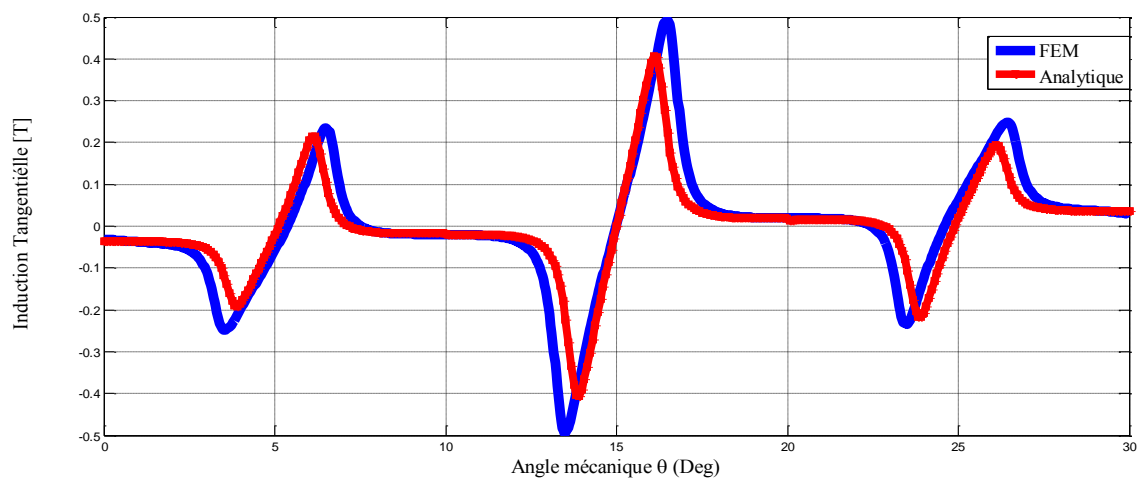


Figure IV.9 b) Composantes de tangentielle  $B_\theta$  avec stator encoché calculées En  $r = R_2 - g/2$  avec  $\beta = 2/3$

## III.5. Conclusion

Une méthode de résolution numérique du problème de diffusion du champ électromagnétique avec prise en compte du mouvement, des conditions de périodicité (anti-périodicité) et des conditions de Dirichlet par les multiplicateurs de Lagrange a été développée dans le cas des moteurs synchrones à aimants permanents alimentés par des onduleurs de tension contrôlés en courant. Ce chapitre 3 complète le chapitre 2 dans l'étude par éléments finis des machines synchrones à aimants permanents par la prise en compte de la saturation et des courants induits au rotor. L'objectif étant une comparaison des résultats obtenus avec ceux issus à partir des méthodes analytiques afin d'obtenir le dimensionnement final de la machine étudiée. Cette méthode, quoique complexe, permet la simulation du mouvement tout en évitant le remaillage ce qui permet un gain de temps de calcul appréciable. Elle peut constituer de ce fait un outil efficace lors de la simulation dynamique des machines électriques tournantes. On a validé les résultats obtenus par le calcul analytique. Ce modèle peut être exploité pour analyser certaines caractéristiques inaccessibles par la modélisation analytique.

## Conclusion Générale

Les aspects liés à la conception des machines électriques à aimants sont multiples. Ils concernent le type d'aimant, la structure de la machine, le mode d'alimentation et le type de commande qu'on ne peut dissocier.

Le travail réalisé, dans le cadre de ce mémoire, a permis de développer un modèle d'étude bidimensionnel, utilisant des solutions analytiques, pour dimensionner les différentes structures des machines synchrones à aimants permanents montés sur la surface rotorique. Le modèle d'étude développé, basé sur la résolution analytique des équations du champ, donne des expressions explicites entre les performances de la machine et ses paramètres de dimensionnement. Il constitue ainsi un outil efficace pour l'analyse des différentes configurations de machines étudiées. Il permet, en particulier dans une procédure de dimensionnement suivant les contraintes qu'impose le cahier des charges, de dégager rapidement les solutions envisageables.

Nous avons utilisé des techniques de calcul, pour déterminer le champ dans le cas d'un stator encoché. Ces techniques sont les transformations conformes basées sur le développement géométrique, par ce que grâce à ces transformations nous avons déterminé une relation entre les paramètres définis dans le plan à stator lisse encoché. Nous avons exprimé l'induction dans le plan réel de la machine, multipliant la fonction perméance complexe par l'expression montrée dans le plan sans encoche.

Pour ce qui concerne le couple de détente, il est propre aux structures des machines à aimants permanents avec encoches au stator. C'est un couple parasite qui à lui seul peut être une source de rejet de ce type de machines. Le couple de détente accentue les ondulations du couple résultant et il est nécessaire de chercher des stratégies pour le minimiser et même l'annuler. Cependant ; ces ondulations, liées à la structure de l'inducteur, peuvent être réduites soit par utilisation des aimants à une ouverture optimale, pour avoir un couple de faible amplitude.

Le modèle numérique développé, qui est basé sur la résolution des équations du champ par la méthode des éléments finis en 2D, tient compte de la structure réelle de la machine, des caractéristiques électriques et magnétiques de ses différentes parties, de son mode d'alimentation. A l'aide de cet outil, on a validé les résultats obtenus par le calcul analytique. Ce modèle peut être exploité pour analyser certaines caractéristiques inaccessibles par la modélisation analytique.

## Références bibliographiques

- [1] K .Boughrara, "Modélisation Analytique et Numérique des Performances Electromagnétiques Des Moteurs Synchrones à Aimants Permanents, Thèse de Doctorat d'Etat de l'E.N.P d'Alger, 12/ 2008
- [2] M .BOURAS, "Commande non linéaire d'une machine synchrone à aimants permanents avec Observation en utilisant le filtre de kalman étendu" thèse de master en génie électrique, juin2013
- [3] K .Boughrara, "Analyse des ondulations du couple d'une BDCM à pôles lisses", Thèse de Magister de l'USTHB, juillet 1997.
- [4] R. Ibtouen, "Contribution au dimensionnement électromagnétique d'une machine synchrone Autopilote à aimants Insérés" Thèse de Doctorat d'Etat de l'E.N.P d'Alger, Avril 1993.
- [5] B. Nogarede, "Etude de moteurs sans encoches à aimants permanents de forte puissance à basse vitesse", Thèse de l'Institut National Polytechnique de Toulouse(France), 1990.
- [6] K. Boughrara, B. Ladghem Chikouche, R. Ibtouen, D. Zarko, O. Touhami, "Analytical Investigation of slotted air-gap surface mounted PMSM with magnet bars magnetized in Shifting direction", International Review of Electrical Engineering (I.R.E.E.), Vol. 3, N. 4 July-August 2008, pp. 738-748.
- [7] K. Boughrara, B. Ladghem Chikouche, R. Ibtouen, D. Zarko, O. Touhami, "Analytical Analysis of slotted air-gap surface mounted permanent-magnet synchronous motor with Magnet bars magnetized in shifting direction", IEEE Trans. Magnetics.accepté.
- [8] Z. Q. Zhu, D. Howe, C. C. Chan "Improved Analytical Model for Predicting the Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent-Magnet Machines", IEEE Trans. Magnetics., Vol. 38, no. 1, January, 2002, 229-238.
- [9] D. Zarko, D. Ban, T. A. Lipo, "Analytical Calculation of Magnetic Field Distribution in the Slotted Air Gap of a Surface Permanent-Magnet Motor Using Complex Relative Air-Gap Permeance", IEEE Trans. Magnetics. , Vol. 42, no. 7, July, 2006, 1828-183.
- [10] D. Zarko, « A systematic approach to optimized design of permanent magnet motors with Reduced torque pulsations », Thèse de Doctorat, University of Wisconsin-Madison, 2004.
- [11] K. Halbach, "Design of permanent multipole magnets with oriented rare earth cobalt material", Nuclear Instruments and Methods 169, pp 1-10, 1980.
- [12] L. Hadjout, "Dimensionnement de machines synchrones à aimants montés sur la surface Rotorique", Thèse de Doctorat d'Etat en Electrotechnique, 2007.
- [13] K. Boughrara, R. Ibtouen, O. Touhami "Numerical Analysis of Brushless Permanent Magnet Motors using Lagrange Multiplier", Industrial Electronics Society, 2005. IECON 2005. 32nd Annual Conference of IEEE, 6-10 Nov. 2005, 2575-2578.

- [14] R. Ibtouen, K. Boughrara and O. Touhami, "Flux density and torque calculations of a BDCM With surface permanent magnets", Fourth International Workshop on Electric and Magnetic Fields, Marseille, 12-15 May 1998, pp. 511-516.
- [15] F. Scuiller, « Développement d'outils de conception de machines polyphasées à aimants Utilisant l'approche multi machine », Thèse de Doctorat, ENSAM, Brest, Décembre 2006.
- [16] K. Boughrara, D. Zarko, R. Ibtouen, O. Touhami, "Magnetic field analysis of inset and Surface-mounted permanent-magnet synchronous motors using Schwarz-Christoffel Transformation», Soumit à IEEE Trans. Magnetics.
- [17] R. Kechroud K. Boughrara et R. Ibtouen "Calcul numérique d'une machine à aimants Permanents avec pièces polaires et concentration de flux" AJOT-COMAE'96 Tlemcen, Vol. 3, Machines Electriques- Réseaux Electriques et Haute Tension, ISSN 1111-357X, Décembre 1996, pp. 144-148.
- [18] K. Boughrara, R. Ibtouen, O. Touhami, "Step by step FEA of Brushless permanent magnet Motor", MEM'05, ENP Alger, 13-14 Avril 2005, pp. 73-77.
- [19] R. Kechroud, "Contribution à la modélisation des machines électriques par la méthode des Éléments finis associée aux multiplicateurs de Lagrange", Thèse de Doctorat d'Etat ès Sciences, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger (Algérie), Avril 2002, 118 p.